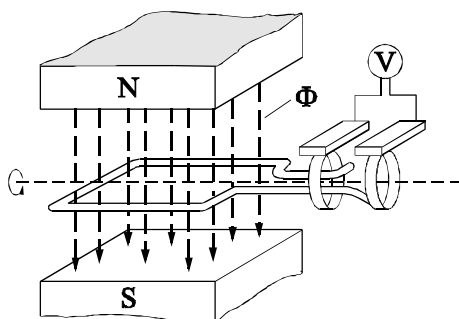


## Frembringelse af vekselstrøm



Når en ledersløjfe drejes i et homogent (ensartet) magnetfelt, opstår der i ledersløjfen en sinusformet vekselspænding.

Denne ændrer under drejningen ikke kun sin størrelse, men også sin retning.

For hver omdrejning af sløjfen vil der dannes en sinuskurve.

Antallet af sinuskurver, der frembringes pr. s, kaldes frekvensen  $f$  og måles i enhederne Hertz [Hz], idet:

1 Hz = 1 periode pr. sekund.

Varigheden af en periode kaldes periodetiden  $T$  og kan beregnes som:

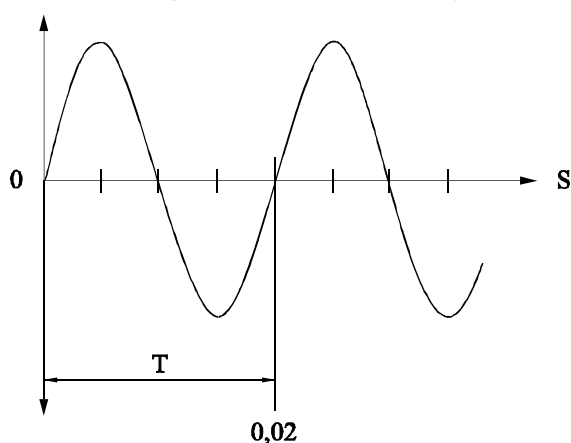
$$T = \frac{1}{f} \text{ [s]}$$

Her i landet er frekvensen 50 Hz, hvilket giver en periodetid på:

$$T = \frac{1}{50} = \underline{\underline{0,02 \text{ s}}}$$

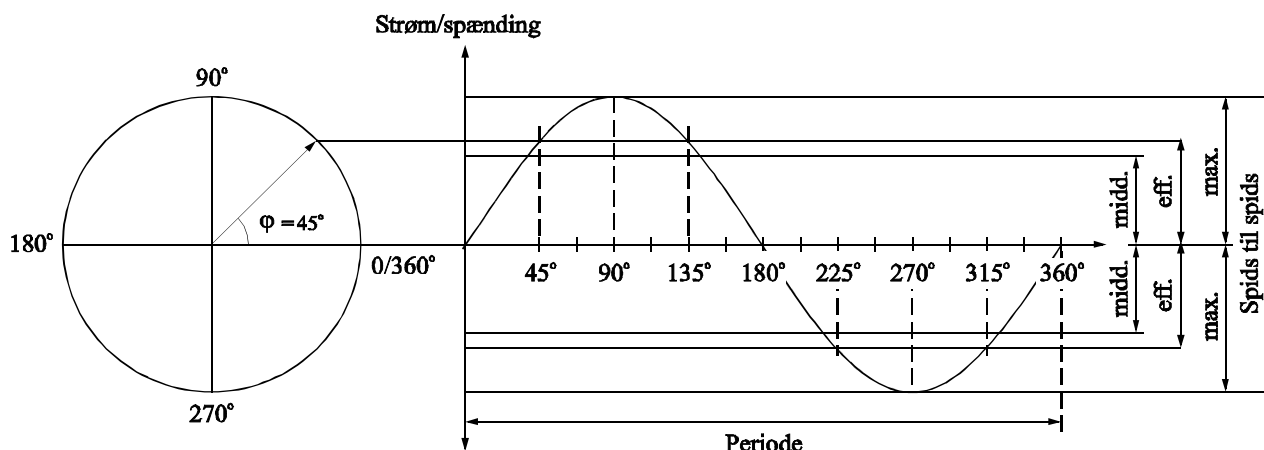
Vekselstrøm angives ved  $\sim$ -tegnet og betegnes ofte AC, hvilket kommer af engelsk:

"Alternating current", som betyder skiftende strøm.



## Vekselstrømmens værdier

Mens jævnstrøm eller jævnspænding kun er karakteriseret ved en værdi (A eller V), knytter der sig flere karakteristiske størrelser til vekselstrøm eller vekselspænding.



Kurvens højeste værdi kaldes maksimalværdien eller spidsværdien (peak-værdi), fra plus max. og til minus max. har man "spids til spids" værdien (peak to peak). I praksis benyttes maksimalværdier ikke ret meget, det er mere bekvemt at benytte effektivværdien.

Effektivværdien af en vekselstrøm er defineret således:

At en vekselstrøms effektive værdi er 1 A vil sige, at den udvikler samme varme i en given modstand som en jævnstrøm på 1 A.

Kendes en vekselstrøms maksimale værdi, kan den effektive værdi beregnes således:

$$I_{eff} = I_{max} \cdot \sin\phi \ (45^\circ)$$

$$I_{eff} = I_{max} \cdot 0,707$$

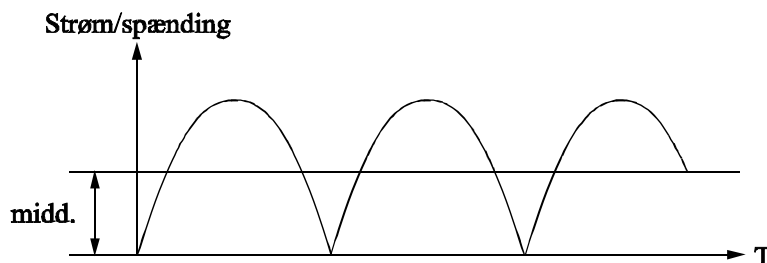
hvor vinkel  $\phi$  er vinklen fra det punkt, hvorfra strømmen skal beregnes til det nærmeste nulpunkt.

I praksis benyttes forholdet

$$\frac{I_{max}}{I_{eff}} = \sqrt{2} = 1,41$$

## Middelværdi

Tænker vi os vekselstrømmens negative halvperioder drejet op "ovenpå" tids-aksen fremkommer nedenstående udseende.



Ud af denne kurve kan man få vekselstrømmens geometriske middelværdi, idet man forestiller sig halvbølgerne som grusbunker, der skal jævnes ud i et glat lag. Lagets tykkelse bliver sinuskurvens middelværdi og kan betegnes som:

$$I_{midd} = I_{max} \cdot 0,637$$

eller

$$I_{midd} = I_{eff} \cdot 0,9$$

## Spænding

De tilsvarende omregninger gælder for spændinger.

$$U_{midd} = U_{eff} \cdot 0,9$$

$$U_{max} = U_{eff} \cdot 1,41$$

## Eksempler

En vekselspænding har effektivværdien 230 V. Find spændingens maksimal- og middelværdi.

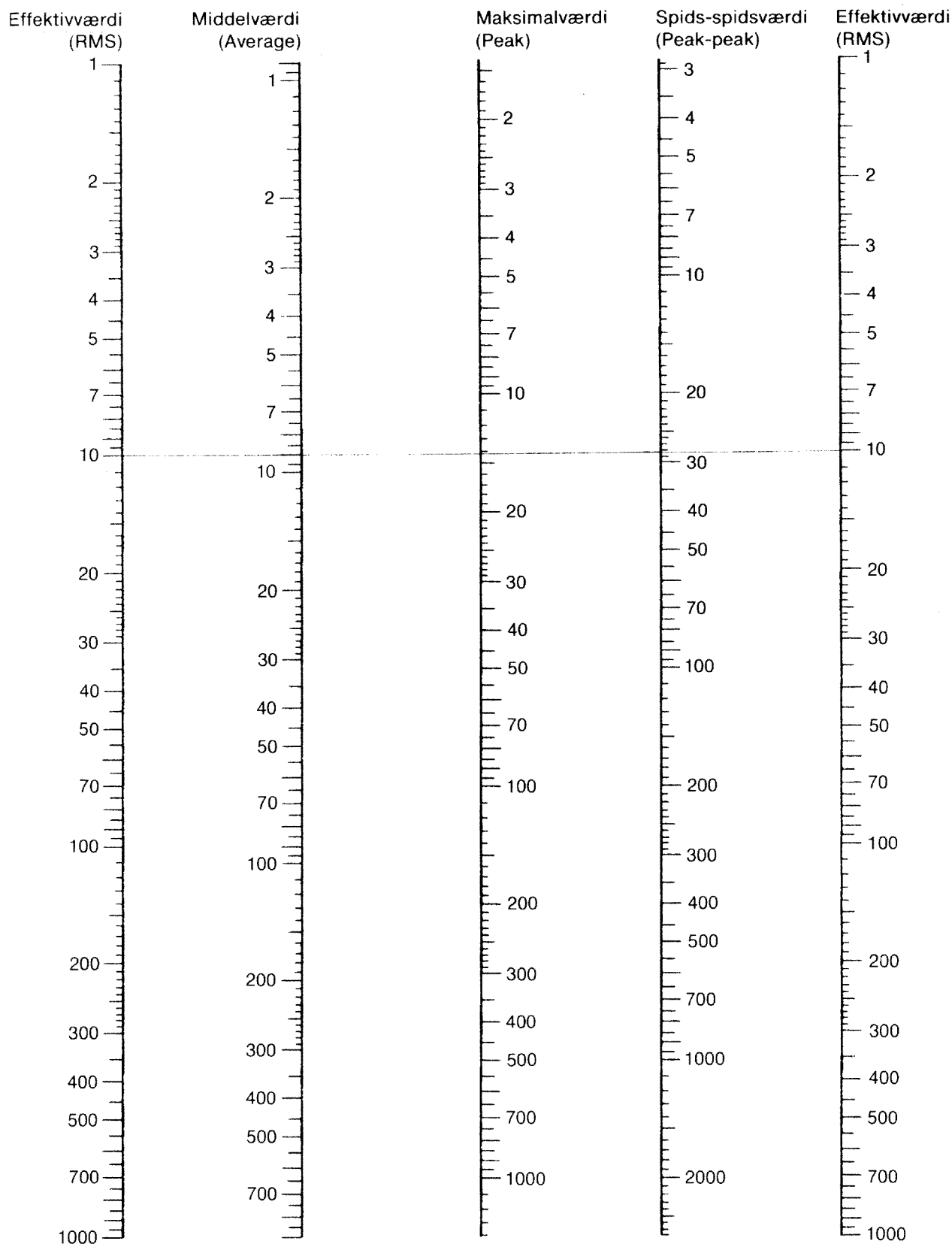
$$U_{max} = U_{eff} \cdot \sqrt{2}$$

$$U_{max} = 230 \cdot 1,41 = \underline{\underline{324,3 \text{ V}}}$$

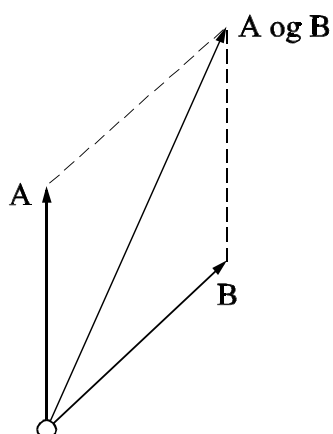
$$U_{midd} = U_{eff} \cdot 0,9$$

$$U_{midd} = 230 \cdot 0,9 = \underline{\underline{207 \text{ V}}}$$

# Nomogram



## Vektorer



Til hjælp for beregninger på vekselstrømskredse tegnes vektordiagrammer, som erstatning for kurver.

En vektor angives ligesom en kraft, dvs. i en bestemt længde og en bestemt retning.

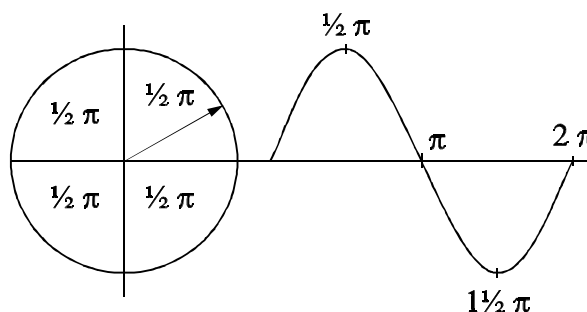
Vektorens omdrejningsretning er venstre om.

Almindeligvis er det effektivværdierne, der benyttes i vektordiagrammerne.

Hvis flere vektorer skal sammensættes, skal de tegnes i samme målforhold, herefter kan vektorerne sammenlægges i en resulterende vektor, der angiver den vektorielle sum af vektorerne.

## Vinkelhastighed

Drejes en radius af længden 1 cm en hel omdrejning, vil dens yderste punkt gennemløbe cirkelens omkreds.



Som vist på figuren svarer en hel omdrejning til  $2\pi$ .

Vektoren gennemløber altså en vinkel på  $2\pi$  for hver

$\frac{1}{f}$  sek., hvor  $f$  er frekvensen.

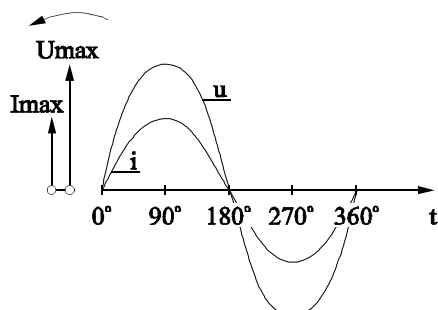
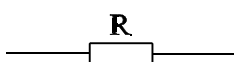
Vektorens vinkelhastighed pr. sekund betegnes med det græske bogstav lille omega [ $\omega$ ]

$$\omega = 2\pi f$$

## Belastningsformer

Der findes tre former for belastninger på vekselstrøm; ohmsk belastning, kapacitiv belastning og induktiv belastning.

### Ohmsk vekselstrømsbelastning

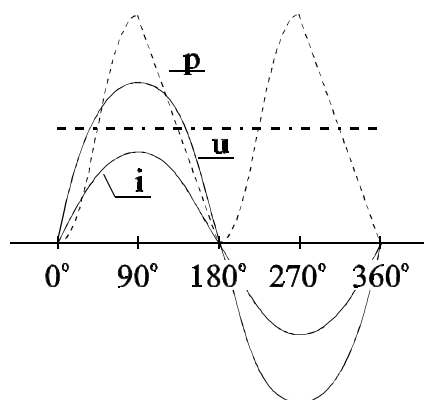


Består belastningen af glødelamper, varmelegemer e.l. uden væsentlig selvinduktion eller kapacitet, vil strøm- og spændingskurverne ligge i fase og benævnes ohmsk belastning.

Ved ren ohmsk belastning kan beregningerne udføres nøjagtigt som ved jævnstrøm, idet man regner med spændingens og strømmens effektivværdier.

Dette gælder for både Ohms lov og formelen for effekt.

### Effektkurve



Hvis vekselspændingen er sinusformet, vil strømmen også være det. Effekten vil da inden for en periode variere efter den på figuren viste kurve, der fremkommer ved at gange sammenhørende øjebliksværdier af strøm og spænding.

Strøm og spænding har skiftevis positiv og negativ værdi, men effekten har kun positiv værdi, hvilket er ganske naturligt, da strømmen udvikler varme, uanset i hvilken retning den går i en modstand.

## Eksempler

En varmeovn har en modstand på  $30 \Omega$  og er tilsluttet  $230 \text{ V AC}$ .

Hvor stor er strømmen og effekten?

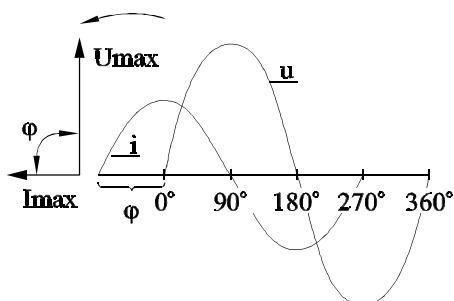
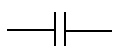
$$I = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{230}{30} = \underline{\underline{7,67 \text{ A}}}$$

$$P = U \cdot I$$

$$P = 230 \cdot 7,67 = \underline{\underline{1764 \text{ W}}}$$

## Kapacitiv vekselstrømsbelastning

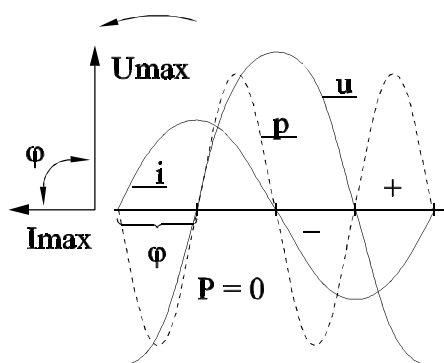


Tilsluttes en kondensator vekselspænding, vil den skiftevis oplades og aflades.

Et amperemeter indskudt i serie med kondensatoren vil give udslag svarende til disse lade- og afladestrømme. I kondensatorens tilledninger har vi derfor en vekselstrøm.

Når vekselspændingen stiger, går der en ladestrøm til kondensatoren. Denne strøm ophører, når kondensatorspændingen har nået vekselspændingens maksimale værdi. I det øjeblik spændingen aftager, vil kondensatoren aflades. Ved hjælp af et oscilloskop kan vises, at strømmen i kondensatorens tilledninger er faseforskudt  $\frac{1}{4}$  periode forud for klemspændingen. Kondensatoren giver altså  $90^\circ$  kapacitiv faseforskydning.

## Effektkurve



Al den energi kondensatoren modtager fra elektricitetskilden i den del af perioden, hvor spændingen er stigende, sendes tilbage igen i den øvrige del af perioden. Der er her kun tale om energisvingning.

Ganger man spændingen med den  $90^\circ$  faseforskudte strøm, får man reaktiveffekten, der måles i volt-ampere-reaktiv [var].

$$Q = U \cdot IC [\text{var}]$$

## Kapacitiv reaktans

$$XC = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} [\Omega]$$

$XC$  = reaktansen målt i ohm

$C$  = kapacitansen målt i farad

$f$  = vekselstrømmens frekvens i Hz

Ønskes kapacitansen indsat i  $\mu\text{F}$ , bliver udtrykket:

$$XC = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

## Ohms lov

Strømmen i kredsen kan findes ved Ohms lov:

$$IC = \frac{U}{XC}$$

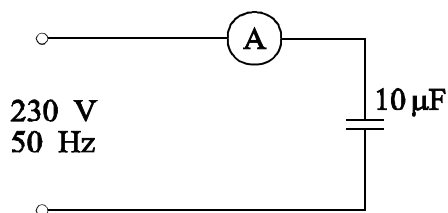
## Kapacitiv effekt

En kondensators effekt kaldes kapacitiv effekt eller reaktiv effekt,

$$Q = U \cdot IC [\text{var}]$$

hvor  $IC$  er den strøm, der går i kondensatorens tilledninger.

## Eksempler



En kondensator på 10 μF tilsluttes 230 V 50 Hz.

Beregn:

Reaktansen  $X_C$

strømstyrken  $I_C$

reaktiveffekten  $Q$

$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 10} = \underline{\underline{318,5 \, \Omega}}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C}$$

$$I_C = \frac{230}{318,5} = \underline{\underline{0,722 \, A}}$$

$$Q = U \cdot I_C$$

$$Q = 230 \cdot 0,722 = \underline{\underline{166 \, var}}$$

Frekvensen øges til 400 Hz. Find nu reaktansen og strømstyrken.

$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 10} = \underline{\underline{39,81 \, \Omega}}$$

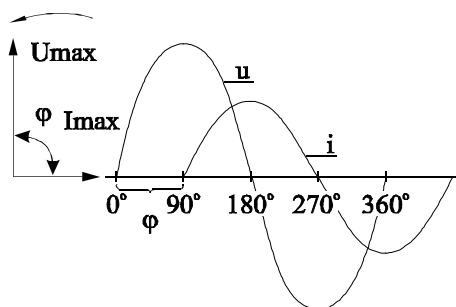
$$I_C = \frac{U}{X_C}$$

$$I_C = \frac{230}{39,81} = \underline{\underline{5,78 \, A}}$$

## Konklusion

Højere frekvens giver mindre kapacitans og strømmen stiger.

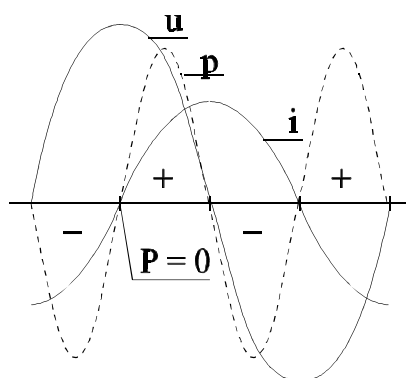
## Induktiv vekselstrømsbelastning



Består belastningen af spoler med stålkerne, hvilket er tilfældet i motorer, transformatorer m.v., vil der optræde en betydelig selvinduktion.

Er belastningen rent induktiv, vil strømmen blive faseforskudt  $\frac{1}{4}$  periode bagud for spændingen. "Ren" induktiv belastning er dog kun et tænkt tilfælde, da en spole ikke kan fremstilles uden ohmsk modstand.

## Effektkurve



Ved at gange sammenhørende øjebliksværdier af strøm og spænding, kan der tegnes en kurve for effekten P.

Det fremgår af figuren, at effekten er skiftevis positiv og negativ.

I hver anden halvperiode aftager spolen energi fra generatoren, og i hver anden halvperiode sender den lige så stor energi tilbage til generatoren.

Den wattløse effekts gennemsnitlige værdi over flere perioder er nul.

Ganger man spænding og strøm ved  $90^\circ$  faseforskydning, bliver resultatet reaktiveffekten.

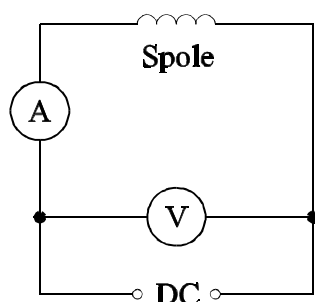
Reaktiveffekten måles i volt-ampere-aktiv [var].

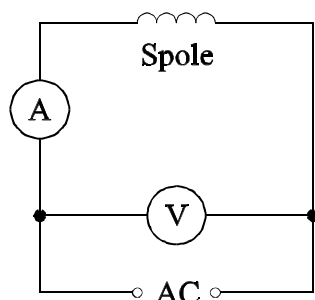
$$Q = U \cdot I \text{ [var]}$$

Tilsluttes en spole med en vis ohmsk modstand til jævnspænding, vil strømmen blive:

$$I = \frac{U}{R}$$

Tilsluttes samme spole vekselspænding, vil strømmen ikke alene begrænses af den ohmske, men også af den induktive modstand, hvorved strømmen bliver mindre. Den samlede modstand ved vekselspænding kaldes impedansen og betegnes Z.





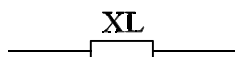
Strømstyrken ved vekselspænding bliver:

$$I = \frac{U}{Z}$$

Spolestrømmens forsinkelse i forhold til klemspændingen, faseforskydningsvinklen  $\varphi$  (phi), vil være bestemt af spolens induktive modstand.

Den induktive modstand benævnes også induktansen eller reaktansen.

## Induktiv modstand



En spoles induktive modstand  $X_L$  kan opfattes som en speciel art modstand, men giver ikke som en ohmsk modstand direkte anledning til energitab.

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \text{ } [\Omega]$$

$2 \cdot \pi \cdot f$  står for strømvariationen pr. tidsenhed, hvor  $f$  er frekvensen, og  $L$  står for spolens selvinduktionskoefficient. Dvs. jo større frekvens og selvinduktionskoefficient, jo større induktiv modstand.

## Eksempler

En spole har selvinduktionskoefficienten  $L = 0,05 \text{ H}$  og en så lille ohmsk modstand, at der i dette tilfælde ses bort fra den. Spolen tilsluttes 230 V vekselspænding, frekvens 50 Hz.

Beregn reaktansen  $X_L$  og strømstyrken, samt effekten.

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$X_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,05 = \underline{\underline{15,7 \text{ } \Omega}}$$

$$I = \frac{U}{X_L}$$

$$I = \frac{230}{15,7} = \underline{\underline{14,65 \text{ A}}}$$

$$Q = U \cdot I$$

$$Q = 230 \cdot 14,65 = \underline{\underline{3370 \text{ var}}}$$

Samme spole tilsluttes stadig vekselspændingen 230 V, men med frekvensen 800 Hz.

Beregn reaktansen og strømstyrken.

$$XL = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$XL = 2 \cdot 3,14 \cdot 800 \cdot 0,05 = \underline{\underline{251 \, \Omega}}$$

$$I = \frac{U}{XL}$$

$$I = \frac{230}{251} = \underline{\underline{0,92 \, A}}$$

## Konklusion

Højere frekvenser giver større reaktans og strømmen falder.

## Serieforbindelser

De tre belastningsformer, ren ohmsk, ren induktiv og ren kapacitiv belastning, forekommer sjældent i praksis.

Varmelegemer betragtes som ren ohmsk, men indeholder dog lidt selvinduktion.

Et net af lange luftledninger vil foruden den ohmske modstand besidde en mærkbar selvinduktion.

Skal man bruge induktionsfri modstand, må den udføres specielt viklet.

En magnetpole kan ikke fremstilles med vindinger uden ohmsk modstand.

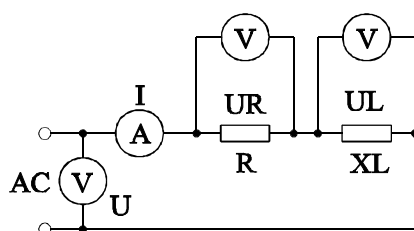
Spolens ohmske modstand og dens induktans kan betragtes som serieforbundne, og forholdene kan afbildes, som vist på figuren.

Når strømmen er i ampere, vil der over den ohmske modstand være en spænding:

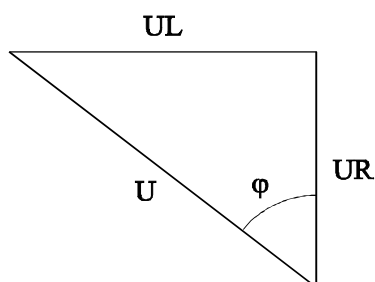
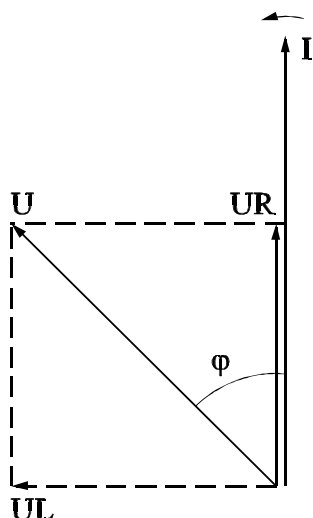
$$UR = I \cdot R$$

Over induktansen ligger der en spænding på:

$$UL = I \cdot XL$$



## Sammenlægninger af spændinger



## Faseforskydningsvinkel

For at finde klemspændingen U skal man lægge UR og UL sammen.

Da de to spændinger er indbyrdes faseforskudt, kan man ikke lægge deres talværdier direkte sammen, men må foretage en geometrisk sammenlægning.

Ved konstruktion af vektordiagrammet vælges en passende målestok for vektorerne, fx 1 cm = 10 V og 1 cm = 0,1 A.

I serieforbindelser er strømvektoren fælles, hvorfor denne afsættes lodret.

$UR = I \cdot R$  afsættes i fase med strømmen

$UL = I \cdot XL$  afsættes  $90^\circ$  forud for strømmen.

Ved den netop foretagne geometriske sammenlægning så man, at spændingerne dannede en retvinklet trekant. Ifølge den pythagoræiske læresætning er  $c^2 = a^2 + b^2$ . Anvendes dette på spændingstrekanter, fås:

$$U^2 = UL^2 + UR^2$$

eller

$$U = \sqrt{UL^2 + UR^2}$$

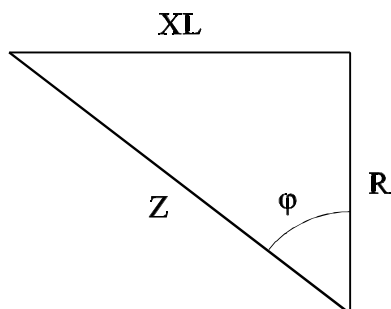
Vinklen mellem klemspændingen og strømmen kaldes faseforskydningsvinklen og benævnes med det græske bogstav  $\phi$  (phi).

I dette tilfælde er det også vinklen mellem U og UR; man får derfor:

$$\cos\phi = \frac{UR}{U}$$

$$\sin\phi = \frac{UL}{U}$$

## Sammenlægning af modstande



Ved at dividere de tre spændinger i spændingstrekanten med den fælles strøm, fremkommer en modstandstrekant, som vist på figuren.

Denne trekant er ligedannet med spændingstrekanten, dog med andre mål.

Da de tre størrelser i modstandstrekanten ikke er varierende sinusformede, men konstante, skal de altid afbildes uden pilespids.

Af den retvinklede trekant beregnes længden af impedansen  $Z$ , som er kombinationsmodstanden af  $R$  og  $XL$ , således:

$$Z^2 = R^2 + XL^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + XL^2}$$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z}$$

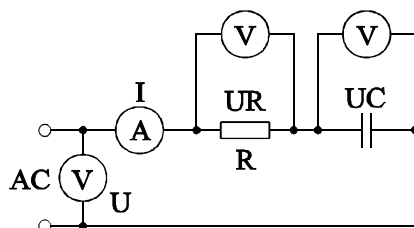
$$\sin\phi = \frac{XL}{Z}$$

## Udvidet Ohms lov

Optager en brugsgenstand en strømstyrke på  $I$  ampere ved en spænding på  $U$  volt, findes den samlede modstand som:

$$Z = \frac{U}{I} [\Omega]$$

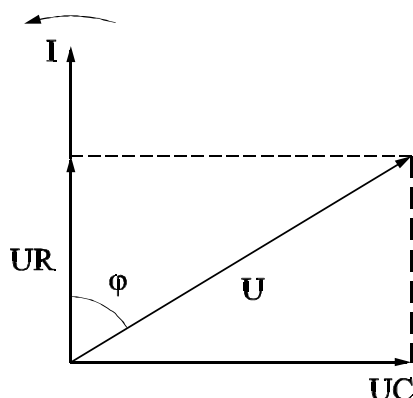
## Serieforbindelse



Tegningen viser en ohmsk modstand serieforbundet med en kondensator.

Ved tegning af vektordiagrammet afsættes den fælles vektor først.

I serieforbindelser er strømmen fælles, og i vektordiagrammet er strømvektoren afsat lodret.



Spændingen over den ohmske modstand afsættes i fase med strømmen.

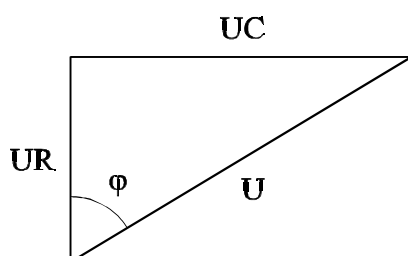
$$UR = I \cdot R$$

Spændingen over kondensatoren afsættes 90° efter strømmen.

$$UC = I \cdot XC$$

Vektordiagrammerne drejer venstre om.

### Spændingstrekanter

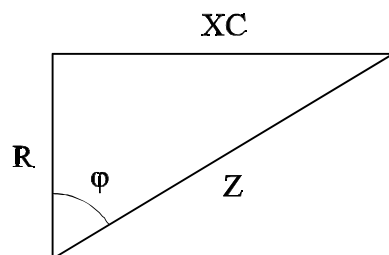


Klemspændingen U beregnes ved geometrisk sammenlægning af den ohmske spænding og den kapacitive spænding.

$$U^2 = UR^2 + UC^2$$

$$U = \sqrt{UR^2 + UC^2}$$

### Modstandstrekanter



Den samlede modstand i kredsen, impedansen Z, beregnes ved geometrisk sammenlægning af den ohmske modstand og den kapacitive modstand (kapacitansen).

$$Z^2 = R^2 + XC^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + XC^2}$$

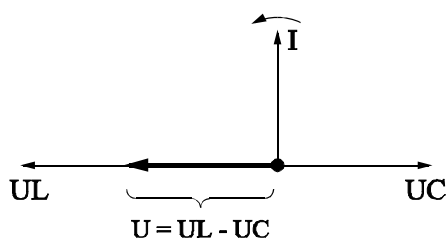
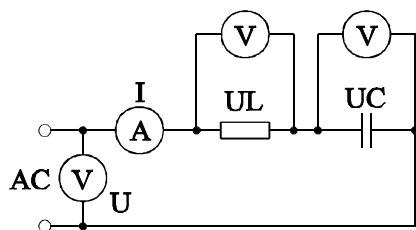
cosφ beregnes som:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \text{ eller}$$

$$\cos\varphi = \frac{UR}{U}$$

Vinkel φ bestemmes efter tabel.

## Serieresonans



Den viste serieforbindelse af en selvinduktion og en kapacitet anvendes i udstrakt grad inden for radioteknikken, hvor den betegnes en svingningskreds eller sugekreds.

Der ses bort fra, at spolen indeholder en ohmsk modstand.

Ved tegning af vektordiagrammet går man ud fra strømmen, som afsættes lodret.

Når strømmen gennemløber spolen, induceres der i denne spænding.

$U_L = I \cdot X_L$ , som afsættes  $90^\circ$  forud for strømmen.

Når der går strøm til kondensatoren, vil denne blive opladet til en spænding.

$U_C = I \cdot X_C$ , som afsættes  $90^\circ$  efter strømmen.

Klemspændingen  $U$  findes som:

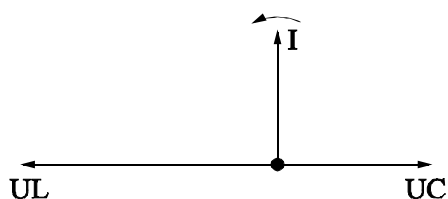
$$U = U_L - U_C$$

Impedansen  $Z$  findes som:

$$Z = X_L - X_C$$

eller

$$Z = \frac{U}{I}$$



Som det fremgår af vektordiagrammet, vil de to spændinger  $U_L$  og  $U_C$  modvirke hinanden. Strømmen vil blive  $90^\circ$  faseforskydet i forhold til spændingen, men retningen af forskydningen vil afhænge af, hvilken af de opståede spændinger der med den givne frekvens er den overvejende. I dette tilfælde  $U_L$ .

## Resonans

$$Z = XL - XC$$

$$XL = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$XC = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Hvis

$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$\text{bliver } Z = 0$$

Man får den størst mulige strøm i kredsen ved en given spænding, idet strømmen nu kun er begrænset af den ohmske modstand i kredsen, som vi i dette tilfælde har set bort fra. Kredsen siges da at være resonans.

## Resonansfrekvens

Ved en given selvinduktion og en given kapacitet kan den frekvens, ved hvilken der opstår resonans, findes som:

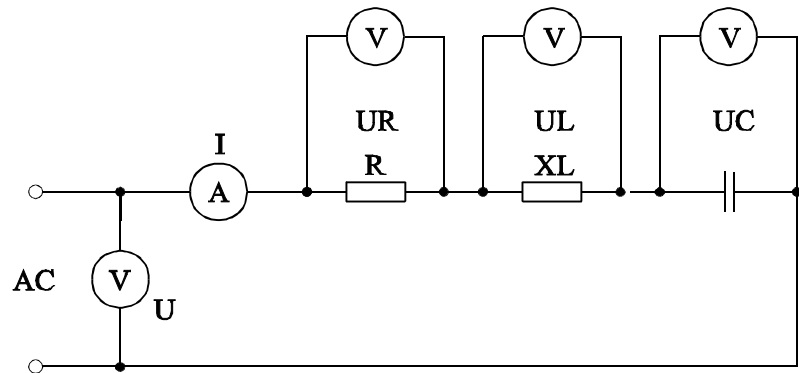
$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$f^2 = \frac{1}{2^2 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C}$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

## Serieforbindelse

En kombination af en selvinduktion med ohmsk modstand og en kapacitet i serieforbindelse anvendes fx i armaturer med LC-koblede lysstofrør.



I vektordiagrammet afsættes strømmen lodret, da den er fælles for alle tre størrelser.

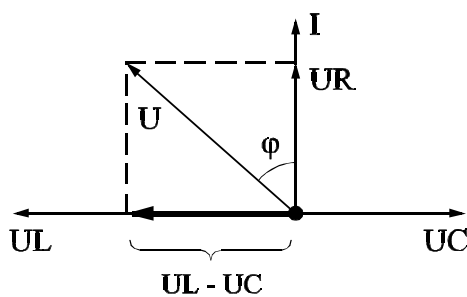
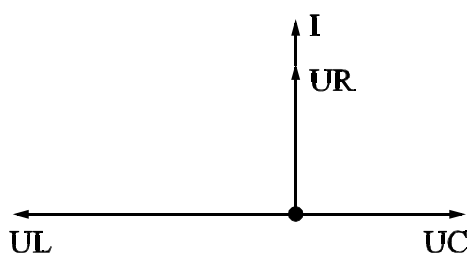
Spændingen over den ohmske modstand,  $I \cdot R$ , afsættes i fase med strømmen. Derpå afsættes de over selvinduktionen og kapaciteten opståede spændinger.

Spændingerne  $U_L$  og  $U_C$  ligger i hinandens forlængelse, men modsat rettet.

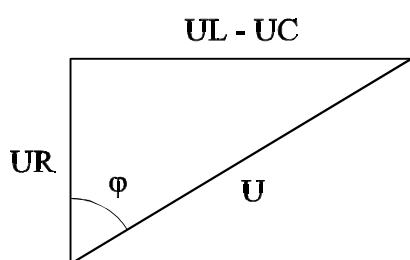
Resultanten findes ved at trække den mindste fra den største.

Klemspændingen  $U$  findes ved geometrisk sammenlægning af denne resultant og  $U_R$ .

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$



### Spændingstrekanter

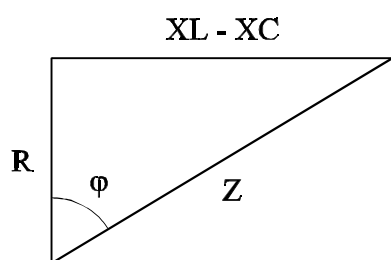


Klemspændingen skal overvinde dels den ohmske spænding og dels differencen  $U_L - U_C$ .

Dens vektor må derfor have den i spændingstrekanter viste størrelse og beliggenhed.

I dette tilfælde, hvor selvinduktionsspændingen er større end kondensatorspændingen, bliver faseforskydningsvinklen induktiv.

### Modstandstrekanter



Modstandstrekanter dannes på sædvanlig måde ved division af spændingstrekanterens sider med strømstyrken  $I$ .

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \text{ eller}$$

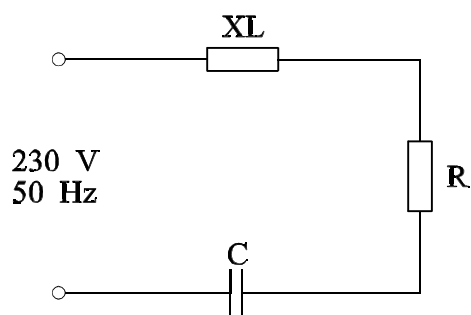
$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U}$$

## Overspænding

De to spændinger  $U_L$  og  $U_C$  kan hver for sig blive meget store, ofte mange gange større end klemspændingen.

I stærkstrømskredsløb af denne art kan det være specielt farligt at berøre klemmerne på spole og kondensator, ligesom disse spændinger eventuelt kan forårsage gennemslag af de anvendte isolationsmaterialer.

## Eksempler



En serieforbindelse med en spole på  $L = 0,6 \text{ H}$ , en ohmsk modstand  $R = 210 \Omega$  og en kondensator på  $C = 40 \mu\text{F}$  tilsluttes  $230 \text{ V } 50 \text{ Hz}$ .

Find strømstyrken og den samlede faseforskydningsvinkel.

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$X_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,6 = \underline{\underline{188,4 \Omega}}$$

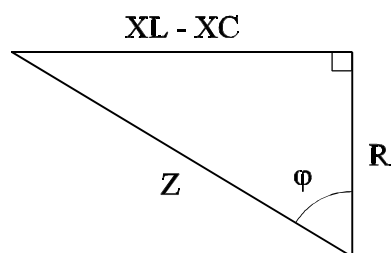
$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 40} = \underline{\underline{79,62 \Omega}}$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

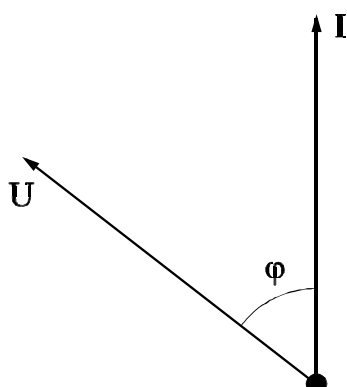
$$Z^2 = 210^2 + (188,4 - 79,62)^2$$

$$Z = \sqrt{210^2 + (188,4 - 79,62)^2} = \underline{\underline{236,5 \Omega}}$$



$$I = \frac{U}{Z}$$

$$I = \frac{230}{236,5} = 0,97 \text{ A}$$

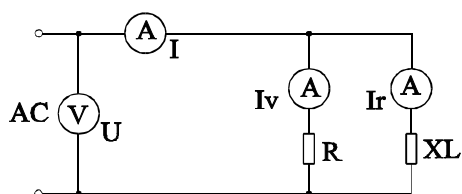


$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\cos\varphi = \frac{210}{236,5} = 0,888$$

$$\angle\varphi = \underline{\underline{27^\circ}}$$

### Parallelforbindelser

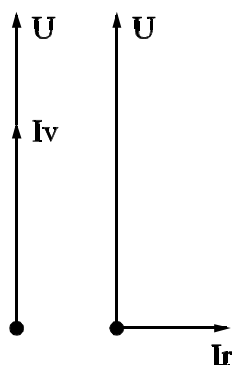


En parallelforbindelse af en brugsgenstand med stor induktiv faseforskydning og en ohmsk modstand møder man ved lysinstallationer, hvor lysstofrør benyttes sammen med glødelamper.

Strømmen, der går gennem den ohmske modstand, benævnes virkestrømmen  $I_v$  og ligger i fase med spændingen.

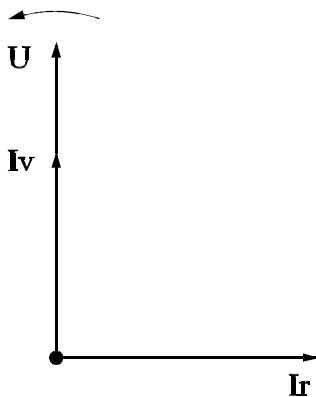
Strømmen, der går gennem en spole uden ohmsk modstand, er faseforskudt  $90^\circ$  efter spændingen og kaldes reaktivstrømmen  $I_r$ .

Strømmens størrelse kan beregnes ved hjælp af Ohms lov.



$$I_v = \frac{U}{R}$$

$$I_r = \frac{U}{XL}$$

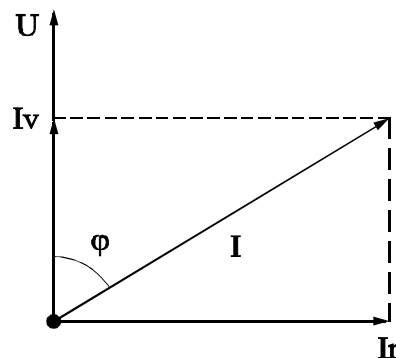


Da strømmene ikke har samme fasebeliggenhed, må de lægges geometrisk sammen. Dette kan gøres ved beregning eller konstruktion.

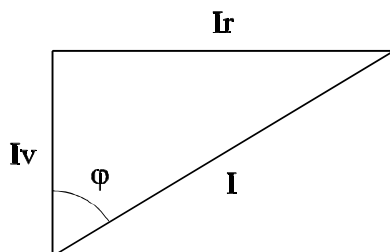
Ved parallelforbindelse er det spændingen, der er fælles, hvorfor U tegnes som lodret vektor.

$I_v$  tegnes i fase med spændingen.

$I_r$  tegnes  $90^\circ$  efter spændingen.



## Strømtrekant



Ved geometrisk sammenlægning af  $I_v$  og  $I_r$  findes den samlede strøm  $I$ .

$$I^2 = I_v^2 + I_r^2$$

$$I = \sqrt{I_v^2 + I_r^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{I_v}{I}$$

$$\sin\varphi = \frac{I_r}{I}$$

## Impedansen

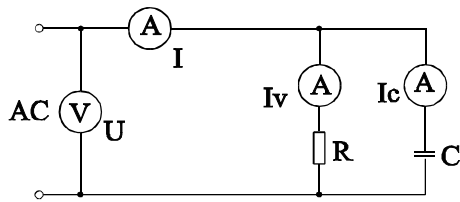
Den samlede modstand kaldes impedansen  $Z$  og kan beregnes ved hjælp af den udvidede Ohms lov.

$$Z = \frac{U}{I}$$

Modstandstrekanten, som omtalt under serieforbindelser, kan ikke anvendes i parallelforbindelser, da modstandene ikke gennemløbes af den samme strøm.

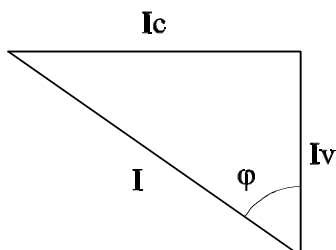
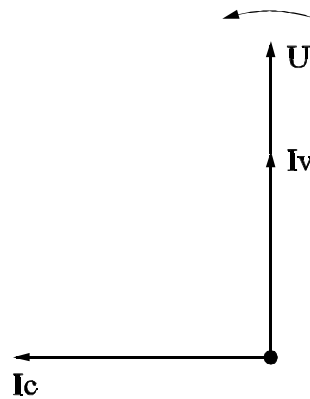
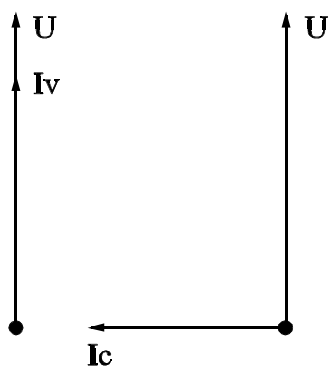
## Parallelforbindelser

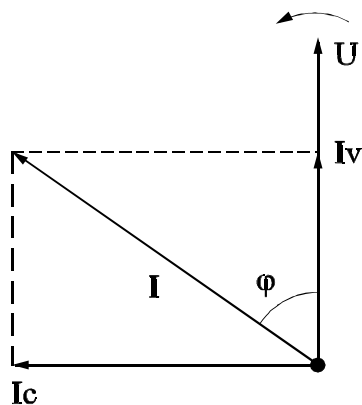
Parallelforbindelse af ohmsk modstand og kapacitet.



$$I_v = \frac{U}{R} \text{ afsættes i fase med spændingen.}$$

$$I_c = \frac{U}{XC} \text{ afsættes } 90^\circ \text{ foran spændingen.}$$





Strømmen i tilledningerne  $I$  findes ved geometrisk sammenlægning af strømmene  $I_v$  og  $I_c$ .

$$I^2 = I_v^2 + I_c^2$$

$$I = \sqrt{I_v^2 + I_c^2}$$

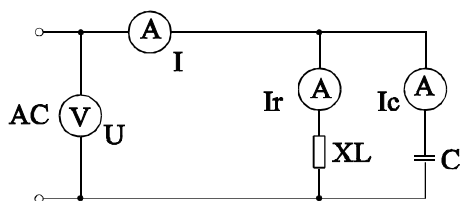
$$\cos\varphi = \frac{I_v}{I}$$

## Impedansen

Impedansen findes som:

$$Z = \frac{U}{I}$$

## Parallelresonans



Parallelforsindelse af selvinduktion og kapacitet er en kombination, man møder inden for både svagstrøms- og stærkstrømsteknikken, ofte kaldet en spærrekreds. Der ses bort fra, at spolen indeholder en ohmsk modstand.

Kondensatorstrømmen

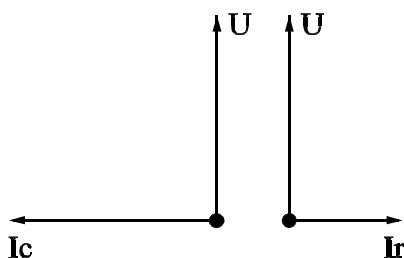
$$I_c = \frac{U}{XC}$$

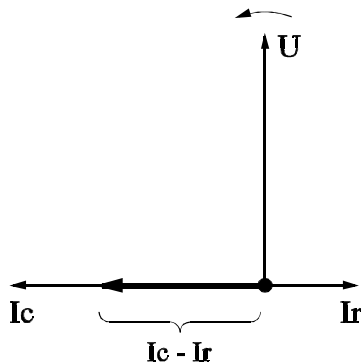
afsættes  $90^\circ$  forud for spændingen.

Spolestrømmen

$$I_r = \frac{U}{XL}$$

afsættes  $90^\circ$  bagud for spændingen.





Da de to strømme ligger i hinandens forlængelse, men modsat rettede, findes den samlede strøm  $I$  ved at trække den mindste strøm fra den største

$$I = I_c - I_r$$

Impedansen findes som:

$$Z = \frac{U}{I}$$

## Resonans

Har reaktansen  $X_L$  og kapacitansen  $X_C$  samme størrelse, bliver de to strømme  $I_r$  og  $I_c$  lige store.

Den resulterende strøm bliver da nul, idet kredsen synes at have uendelig stor modstand.

Denne tilstand betegnes parallelresonans, og den dertil svarende frekvens kan findes som:

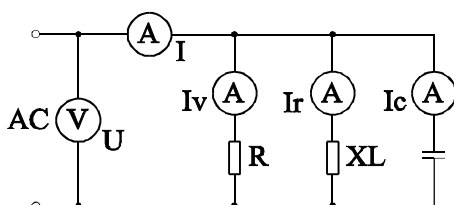
$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

hvilket er det samme udtryk, som fandtes ved seriieresonans. Ved andre frekvenser vil den ene eller den anden af de to strømme være den overvejende.

## Anvendelse

I svagstrømsteknikken udnyttes kombinationen i form af filtre eller spærrekredse, fx til at adskille strømme med forskellig frekvens, der sendes samtidig gennem en ledning.

## Parallelforbindelse

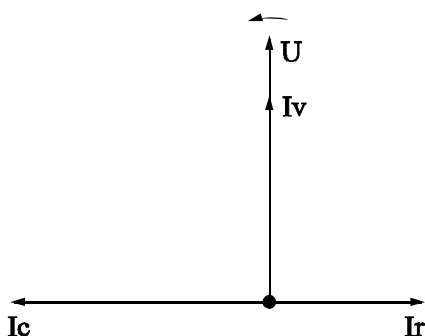


Parallelforbindelse af ohmsk modstand, selvinduktion og kapacitet.

Ved tegning af vektordiagrammet afsættes strømmen gennem den ohmske modstand

$$I_v = \frac{U}{R}$$

i fase med spændingsvektoren.



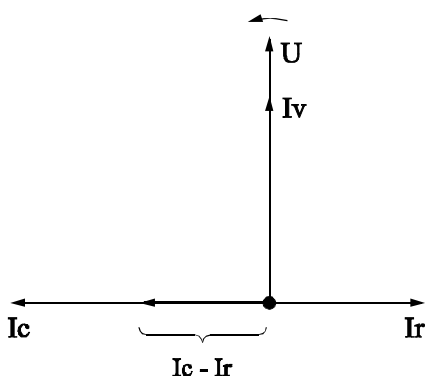
Strømmen gennem spolen

$$I_r = \frac{U}{XL}$$

afsættes 90° bagud for spændingsvektoren.

Kondensatorstrømmen

$$I_c = \frac{U}{XC}$$



afsættes 90° forud for spændingsvektoren.

Resultanten af spolestrømmen og kondensatorstrømmen findes ved at trække  $I_r$  fra  $I_c$  eller omvendt, alt afhængig af, hvilken af de to strømme der er størst.

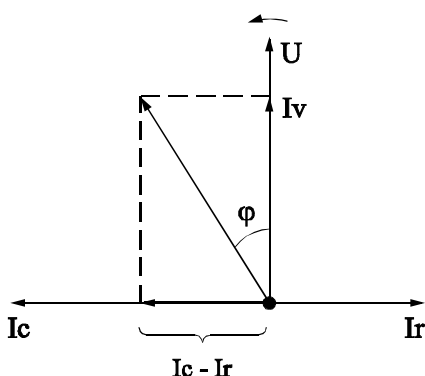
Amperemetret i tilledningerne viser altid den samlede strøm  $I$ , og denne findes ved geometrisk sammenlægning af  $I_v$  og resultanten  $I_r - I_c$ .

$$I^2 = I_v^2 + (I_r - I_c)^2$$

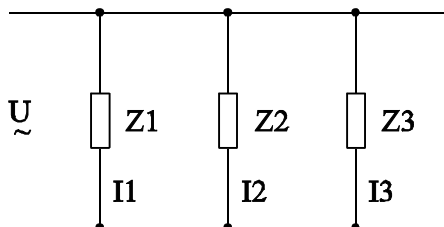
Impedansen for hele parallelforbindelsen findes som:

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$\cos\varphi = \frac{I_v}{I}$$

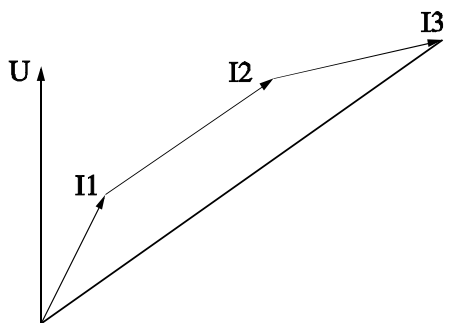
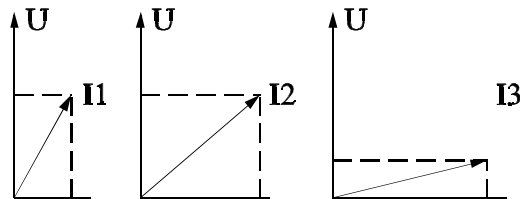


## Geometrisk addition af strømme



Ved parallellforbindelse er spændingen fælles og den resulterende strøm lig med summen af de enkelte strømme, idet man stadig af hensyn til fasebeliggenheden skal sammenlægge strømmene geometrisk.

Figuren viser tre brugsgenstande og deres vektordiagrammer.



Den samlede strøm kan findes ved geometrisk konstruktion, som vist.

Man kan også opløse de tre brugsgenstandes strømme i virkestrømme og reaktivstrømme og finde den samlede virkekomponent og reaktivkomponent.

Virkekomponenten:

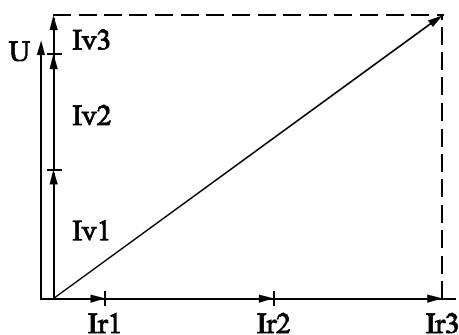
$$I_v = I_{v1} + I_{v2} + I_{v3}$$

$$I_r = I_{r1} + I_{r2} + I_{r3}$$

Reaktivkomponenten:

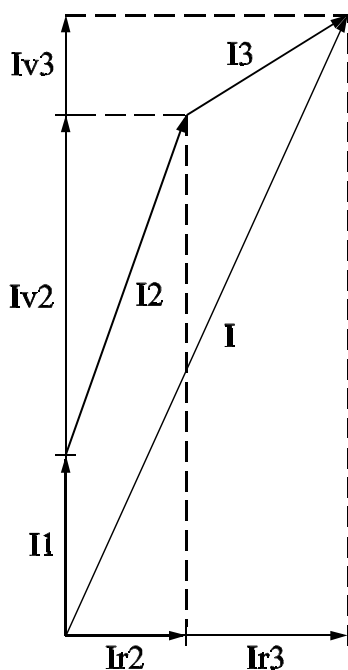
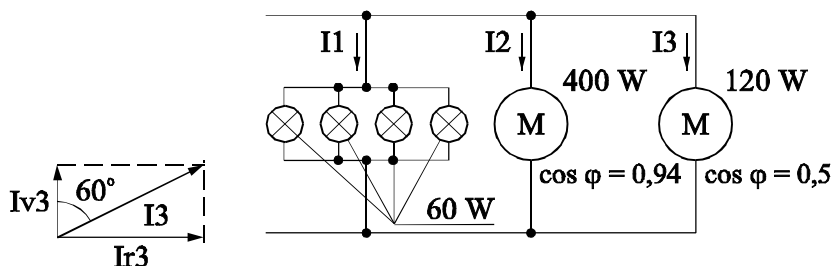
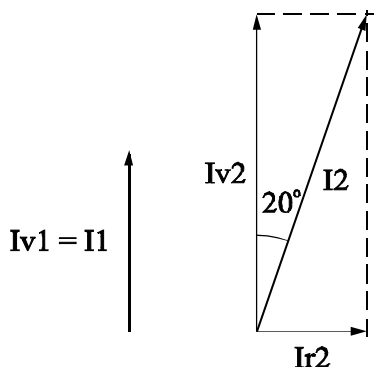
Den samlede strøm I findes som:

$$I^2 = I_v^2 + I_r^2 \Rightarrow I = \sqrt{I_v^2 + I_r^2}$$



## Eksempler

Til en 230 V gruppeledning slutes 4 stk. 60 W lamper, en motor på 440 W med  $\cos\varphi = 0,94$  og en anden motor på 120 W med  $\cos\varphi = 0,5$ .



Find de tre belastningers strømme og den samlede strøm.

$$I1 = \frac{P}{U \cdot \cos\varphi}$$

$$I1 = \frac{4 \cdot 60}{230 \cdot 1} = \underline{\underline{1,04 \text{ A}}}$$

$$I2 = \frac{P}{U \cdot \cos\varphi}$$

$$I2 = \frac{440}{230 \cdot 0,94} = \underline{\underline{2,04 \text{ A}}}$$

$$I3 = \frac{P}{U \cdot \cos\varphi}$$

$$I3 = \frac{120}{230 \cdot 0,5} = \underline{\underline{1,04 \text{ A}}}$$

$$Iv1 = I1 \cdot \cos\varphi$$

$$Iv1 = 1,04 \cdot 1 = \underline{\underline{1,04 \text{ A}}}$$

$$I_{v2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2$$

$$I_{v2} = 2,04 \cdot 0,94 = \underline{\underline{1,92 \text{ A}}}$$

$$I_{v3} = I_3 \cdot \cos \varphi_3$$

$$I_{v3} = 1,04 \cdot 0,5 = \underline{\underline{0,52 \text{ A}}}$$

$$\Sigma I_v = I_{v1} + I_{v2} + I_{v3}$$

$$\Sigma I_v = 1,04 + 1,92 + 0,52 = \underline{\underline{3,48 \text{ A}}}$$

$$I_{r1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1$$

$$I_{r1} = 1,04 \cdot 0 = \underline{\underline{0}}$$

$$I_{r2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2$$

$$I_{r2} = 2,04 \cdot 0,342 = \underline{\underline{0,7 \text{ A}}}$$

$$I_{r3} = I_3 \cdot \sin \varphi_3$$

$$I_{r3} = 1,04 \cdot 0,866 = \underline{\underline{0,91 \text{ A}}}$$

$$\Sigma I_r = I_{r1} + I_{r2} + I_{r3}$$

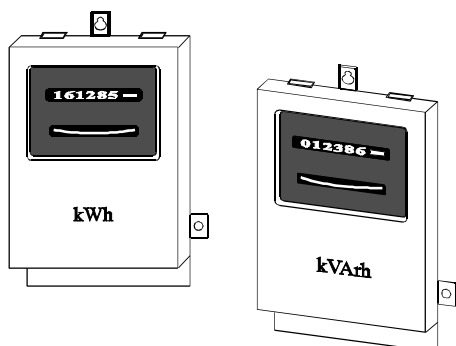
$$\Sigma I_r = 0 + 0,7 + 0,9 = \underline{\underline{1,6 \text{ A}}}$$

$$\Sigma I^2 = \Sigma I_v^2 + \Sigma I_r^2 = \rangle$$

$$\Sigma I = \sqrt{\Sigma I_v^2 + \Sigma I_r^2}$$

$$\Sigma I = \sqrt{3,48^2 + 1,6^2} = \underline{\underline{3,83 \text{ A}}}$$

## Fasekompensering

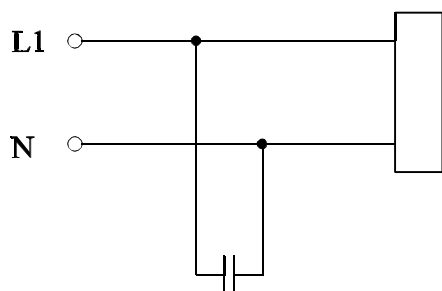


For brugsgenstande, der forårsager faseforskydning, skal der træffes foranstaltninger til kompensering.

Dette skyldes, at faseforskydningen medfører en dårlig udnyttelse af ledningsnettet, hvilket især har betydning for elværkerne.

Endvidere er det normalt således, at elforbruget afregnes efter antallet af forbrugte kWh og ikke efter kVAh.

## Elværks-krav for $\cos\varphi$



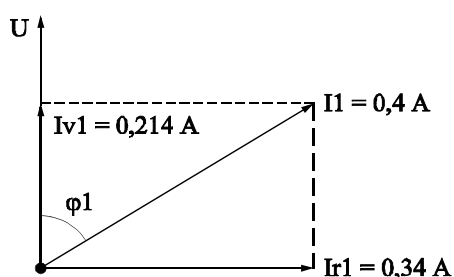
Fællesregulativet foreskriver, at neonanlæg, lysrør m.m. skal fasekompenseres til mindst  $\cos\varphi = 0,9$ .

Lysrør i beboelsesrum behøver dog ikke at fasekompenseres.

Den faseforskydning, som fremkommer ved motorer, svejse-apparater lysrør m.m., er induktiv og kan derfor kompenseres ved at fremskaffe en kapacitiv belastning ved hjælp af kondensatorer.

Almindeligvis anbringes kondensatoren parallelt over brugsgenstandens klemmer.

## Eksempler



Et lysstofrør bruger 0,4 A ved 230 V 50 Hz. Effekten for rør og spole udgør tilsammen 47 W. Hvor stor en kondensator skal der anvendes for at hæve  $\cos\varphi$  til 0,85?

$$I_v I = \frac{P}{U}$$

$$I_v I = \frac{47}{230} = \underline{\underline{0,2 \text{ A}}}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{I_v I}{I}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{0,2}{0,4} = 0,5 \Rightarrow \angle \varphi_1 = \underline{\underline{60^\circ}}$$

$$I_{r1} = I_1 \cdot \sin\varphi_1$$

$$I_{r1} = 0,4 \cdot 0,866 = \underline{\underline{0,35 \text{ A}}}$$

$$I_2 = \frac{I_{v1}}{\cos\varphi_2}$$

$$I_2 = \frac{0,2}{0,85} = \underline{\underline{0,24 \text{ A}}}$$

$$I_{r2} = I_2 \cdot \sin\varphi_2$$

$$I_{r2} = 0,24 \cdot 0,53 = \underline{\underline{0,13 \text{ A}}}$$

$$I_C = I_{r1} - I_{r2}$$

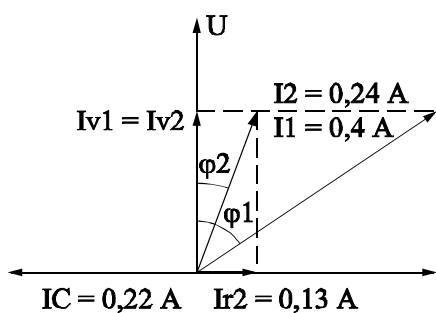
$$I_C = 0,35 - 0,13 = \underline{\underline{0,22 \text{ A}}}$$

$$X_C = \frac{U}{I_C}$$

$$X_C = \frac{230}{0,22} = \underline{\underline{1045 \Omega}}$$

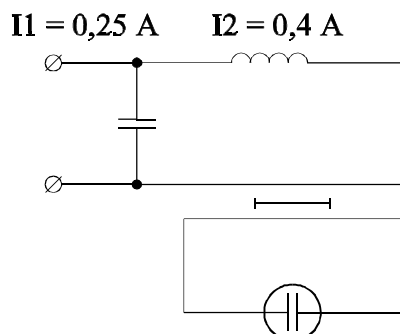
$$C = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$$

$$C = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1045} = \underline{\underline{3,05 \mu F}}$$

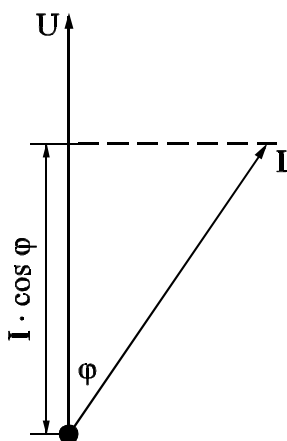


I stedet for beregning kan kondensatorstrømmen findes ved konstruktion.

## Eksempler



## 1-faset effekt og arbejde



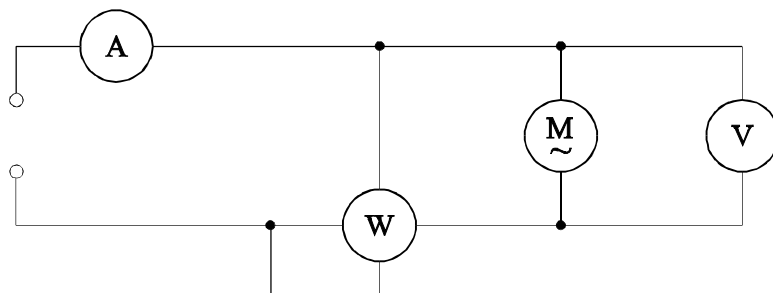
Ved montering af en kondensator på  $3 \mu\text{F}$ , i tilledningerne på den viste kobling med lysstofrør, reduceres strømmen i tilledningerne fra  $0,4-0,25 \text{ A}$ .

I stedet for at udskifte kabler og ledningsnet i en installation, hvor  $\cos\phi$  er lav, kan det ofte være billigere at indsætte et kondensatorbatteri, da strømmen derved reduceres.

Figuren viser vektordiagrammet for en brugsgenstand, fx en motor. Med et voltmeter måles spændingen  $U$  volt og med et amperemeter strømstyrken  $I$  ampere. Hvis der ikke var nogen faseforskydning, altså ren ohmsk belastning, kunne effekten udregnes som  $P = U \cdot I$  [watt]. Men når der optræder faseforskydning, er den virkelige effekt, virkeeffekten, kun:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\phi$$

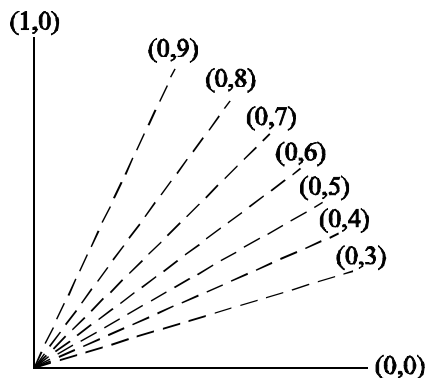
Man kan altså udregne virkeeffekten, hvis man kender  $U$ ,  $I$  og  $\phi$ . Man kan dog også måle effekten direkte ved at indskyde et wattmeter.



## Effektfaktor

$\cos\phi$  kaldes effektfaktoren eller arbejdsfaktoren. I praksis kaldes den dog ofte simpelt hen "cosinus  $\phi$ ".

## Erfaringsstal for $\cos\phi$



Vedrørende effektfaktoren  $\cos\phi$  har vi tidligere set, at den er lig med 1,0 ved ren ohmsk belastning og lig med 0,0 ved ren reaktiv belastning. Man kan overslagsmæssigt regne med følgende værdier:

Glødelamper, alm. varme- og kogeapparater 1,0

Blandet belastning af lys og motorer 0,7-0,8

Maskinfabrikker og landbrugsinstallationer 0,6-0,7

Svejsetransformere 0,5-0,6

Neonanlæg, lysstofrør, Na- og Hg-damplamper 0,4-0,5

## Reaktiveffekt

I afsnittene om induktiv og kapacitiv vekselstrømsbelastning fremgik det, at hvis der er  $90^\circ$  faseforskydning, findes reaktiveffekten  $Q$ , også kaldet "den wattløse effekt", på tysk: Blindleistung, som spændingen gange strømmen. Ved en tilfældig fasevinkel findes: Reaktiveffekten

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\phi [\text{var}]$$

Ved ren ohmsk belastning fås:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\phi(1)$$

$$Q = 0$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

Ved ren reaktiv belastning:

$$P = 0$$

$$Q = U \cdot I_r$$

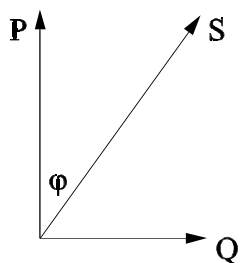
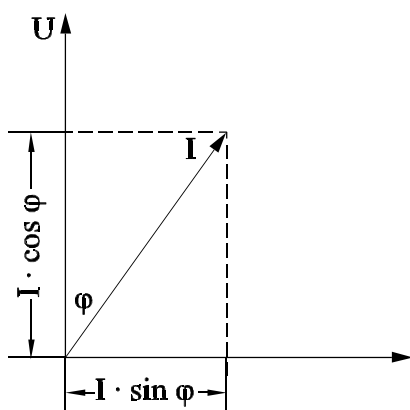
$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

Reaktiveffekten måles i enheder var - volt-ampere-reaktiv - eller kvar, 1 kvar = 1000 var. Undertiden anvendes måleenheden sin og ksin.

Det er ikke noget energiforbrug, men kun en energisvingning. Derfor betaler småforbrugere ikke noget for dette. En større reaktiv strøm medfører dog en større samlet strøm i generatorer og ledningsnet - og dermed et større varmetab i maskiner og net før forbrugerstedet.

## Kombinationseffekt



Finder man, uanset at der findes faseforskydning, produktet af spænding og strøm, kalder man denne størrelse kombinationseffekten.

Kombinationseffekt  $S = U \cdot I$  [VA]

Kombinationseffekten kaldes også "den tilsyneladende effekt", på tysk: Scheinleistung.

Kombinationseffekten i VA eller kVA har sjældent større interesse. En transformers eller generators ydeevne angives dog i kVA og ikke kW, ligesom forsyningsselskaberne ønsker forbrugernes tilslutningsværdier angivet i kVA.

For generatorens vedkommende er det altså den afgivne kombinationseffekt i kVA, der bestemmer dens vigtigste dimensioner. For den kraftmaskine, som trækker generatoren, er det derimod den afgivne virkeeffekt i kW eller hk.

Ledningerne skal dimensioneres efter den samlede strøm  $I$ , og ikke  $I \cdot \cos \phi = I_v$ .

Man kan altså sammenfatte:

Virkeeffekten

$$P = U \cdot I \cdot \cos \phi [\text{W eller kW}]$$

Reaktiveffekten

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \phi [\text{var eller kvar, sin eller ksin}]$$

Kombinationseffekten

$$S = U \cdot I [\text{VA eller kVA}]$$

## Eksempler

$$S = U \cdot I$$

$$S = 224 \cdot 14,8 = \underline{\underline{3315 \text{ VA}}}$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

$$\cos\varphi = \frac{2850}{3315} = 0,86 \Rightarrow \sin\varphi = \underline{\underline{0,511}}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

$$Q = 224 \cdot 14,8 \cdot 0,511 = \underline{\underline{1694 \text{ var}}}$$

## Arbejde

Arbejde er energiudvikling eller energiforbrug; derfor måles energi og arbejde i samme enheder.

Hvis den konstante effekt ganges med tiden, får man energiforbruget.

$$A = P \cdot t$$

$$A = U \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot t \text{ [Wh]}$$

$$A = U \cdot I \cdot \sin\varphi \cdot t \text{ [varh]}$$

$$A = U \cdot I \cdot t \text{ [VAh]}$$

- hvor t er tiden i timer.

Afregning med elværkerne sker normalt for forbruget af kWh.

**Eksempler**

For en belastning aflæses  $U = 225 \text{ V}$ ,  $I = 0,45 \text{ A}$  og  $\cos\varphi = 0,5$ .

Hvad koster 8 timers drift når prisen pr. kWh = 0,9 kr.

$$A = P \cdot t$$

$$A = U \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot t$$

$$A = 225 \cdot 0,45 \cdot 0,5 \cdot 8 = \underline{\underline{405 \text{ Wh}}}$$

$$Pris = kWh \cdot 0,9$$

$$Pris = 0,405 \cdot 0,9 = \underline{\underline{0,36 \text{ kr.}}}$$

## Vekselstrømsformler

De forskellige regnestørrelser indgår i formlerne for vekselstrøm og vekselspænding således, som det ses på skemaet.

|                 | Formeltegn       | I almindelighed                                                                 | Serie-forbindelse                                     | Parallelforbindelse                                   | Enhed                       |
|-----------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Effekt          | P =              | $U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi$                           | $U_R \cdot I = P \cdot R$                             | $U \cdot I_v$                                         | W el. kW                    |
|                 | Q =              | $U \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi$                           | $U_L \cdot I$                                         | $U \cdot I_r$                                         | var el. kvar<br>(Sin el.ks) |
|                 | S =              | $U \cdot I = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi}$                   |                                                       |                                                       | VA el. kVA                  |
| Spænding        | U =              | $\frac{P}{I \cdot \cos \varphi} = \frac{Q}{I \cdot \sin \varphi} = \frac{S}{I}$ | $\frac{U_R}{\cos \varphi} = \frac{U_L}{\sin \varphi}$ | $\frac{P}{I_v} = \frac{Q}{I_r}$                       | V                           |
|                 | U <sub>R</sub> = | $U \cdot \cos \varphi$                                                          | $\frac{P}{I}$                                         |                                                       | V                           |
|                 | U <sub>L</sub> = | $U \cdot \sin \varphi$                                                          | $\frac{Q}{I}$                                         |                                                       | V                           |
| Strøm           | I =              | $\frac{P}{U \cdot \cos \varphi} = \frac{Q}{U \cdot \sin \varphi} = \frac{S}{U}$ |                                                       | $\frac{I_v}{\cos \varphi} = \frac{I_r}{\sin \varphi}$ | A                           |
|                 | I <sub>v</sub> = | $\frac{P}{U} = \frac{S \cdot \cos \varphi}{U}$                                  |                                                       | $I \cdot \cos \varphi$                                | A                           |
|                 | I <sub>r</sub> = | $\frac{Q}{U} = \frac{S \cdot \sin \varphi}{U}$                                  |                                                       | $I \cdot \sin \varphi$                                | A                           |
| Faseforskydning | cos φ =          | $\frac{P}{U \cdot I} = \frac{P}{S}$                                             | $\frac{U_R}{U}$                                       | $\frac{I_v}{I}$                                       | ubenævnt tal                |
|                 | sin φ =          | $\frac{Q}{U \cdot I} = \frac{Q}{S}$                                             | $\frac{U_L}{U}$                                       | $\frac{I_r}{I}$                                       | ubenævnt tal                |