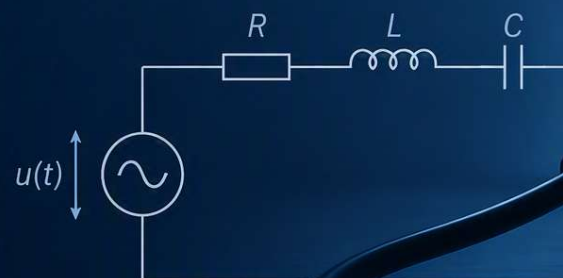
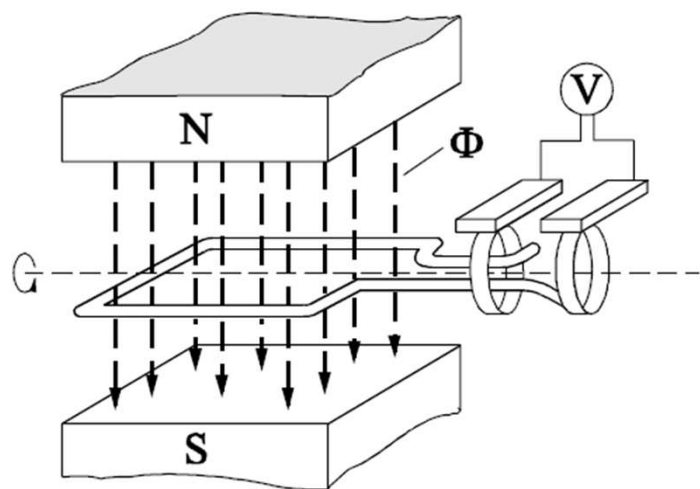


# 1 FASET VEKSELSTRØMSTEORI

Grundlæggende teori og begreber



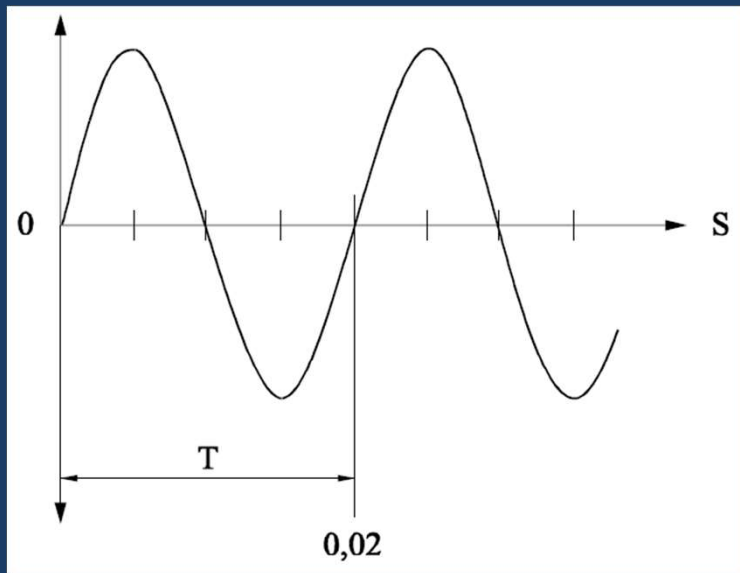
## Frembringelse af vekselstrøm



Når en ledersløjfe drejes i et homogent (ensartet) magnetfelt, opstår der i ledersløjfen en sinusformet vekselspænding.

Denne ændrer under drejningen ikke kun sin størrelse, men også sin retning.

For hver omdrejning af sløjfen vil der dannes en sinuskurve.



$$T = \frac{1}{f} [s]$$

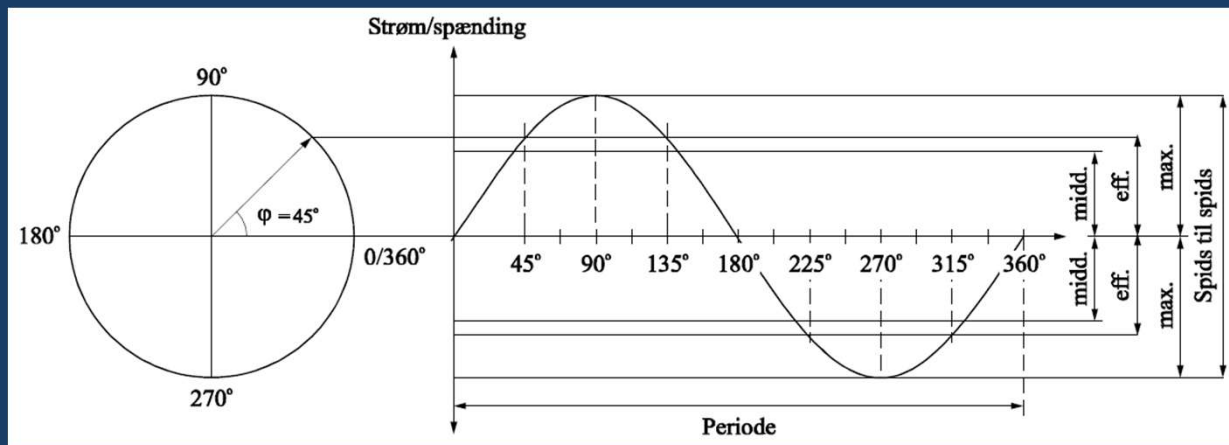
$$T = \frac{1}{50} = \underline{\underline{0,02 \text{ s}}}$$

Antallet af sinuskurver, der frembringes pr. sek, kaldes frekvens og måles i [Hz]  
1 Hz = 1 periode pr. sekund.

Varigheden af en periode kaldes periodetiden T og kan beregnes som vist til højre på skærmen.

Her i landet er frekvensen 50 Hz, hvilket giver en periodetid på 0,02 sek.

Vekselstrøm angives med  $\sim$  tegnet og betegnes ofte AC "Alternating current"



$$I_{eff} = I_{max} \cdot \sin\phi (45^\circ)$$

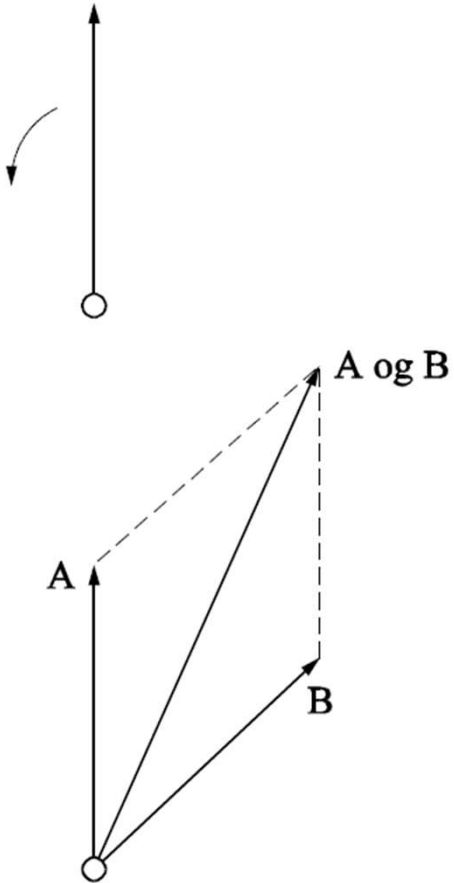
$$I_{eff} = I_{max} \cdot 0,707$$

Kurvens højeste værdi kaldes maksimalværdien eller spidsværdien fra plus max. og til minus max.

I praksis benyttes maksimalværdier ikke ret meget, det er mere bekvemt at benytte effektivværdien.

Kendes en vekselstrøms maksimale værdi, kan den effektive værdi beregnes som vist oppe til højre.

## Vektorer



Til hjælp for beregninger på vekselstrømskredse tegnes vektordiagrammer, som erstatning for kurver.

En vektor angives ligesom en kraft, dvs. i en bestemt længde og en bestemt retning.

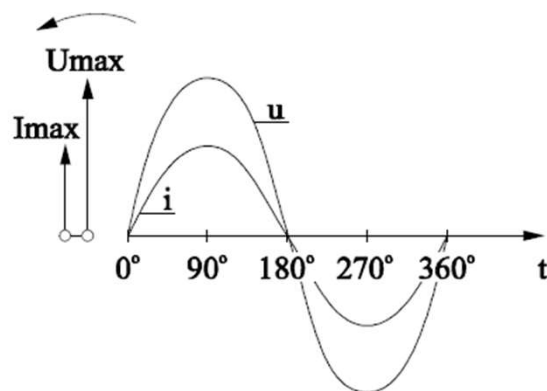
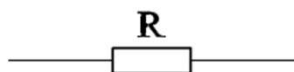
Vektorens omdrejningsretning er venstre om.

Almindeligvis er det effektivværdierne, der benyttes i vektordiagrammerne.

Hvis flere vektorer skal sammensættes, skal de tegnes i samme målforhold, herefter kan vektorerne sammenlægges i en resulterende vektor, der angiver den vektorielle sum af vektorerne.

## Belastningsformer

### Ohmsk vekselstrømsbelastning



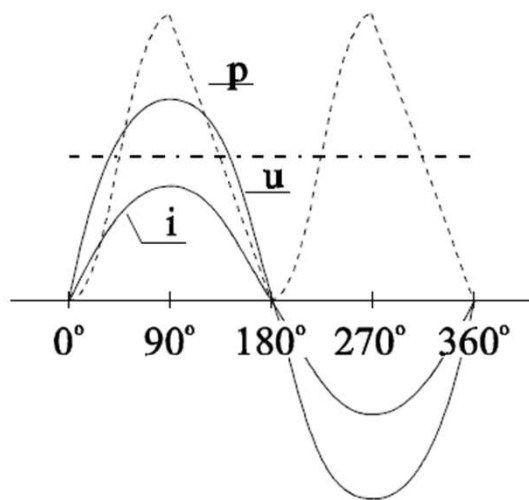
Der findes tre former for belastninger for AC.  
Ohmsk, kapacitiv og induktiv belastning.

Består belastningen af glødelamper, varmelegemer eller lign. uden væsentlig selvinduktion eller kapacitet, vil strøm- og spændingskurverne ligge i fase.

Ved ren ohmsk belastning kan beregningerne udføres nøjagtigt som ved jævnstrøm, idet man regner med spændingens og strømmens effektivværdier.

Dette gælder for både Ohms lov og formelen for effekt.

## Effektkurve



Når vekselspændingen er sinusformet, vil strømmen også være det.

Effekten vil da inden for en periode variere efter den på figuren viste kurve, der fremkommer ved at gange sammenhørende øjebliksværdier af strøm og spænding.

Strøm og spænding har skiftevis positiv og negativ værdi, men effekten har kun positiv værdi, hvilket er ganske naturligt, da strømmen udvikler varme, uanset i hvilken retning den går i en modstand.

Eksempel:

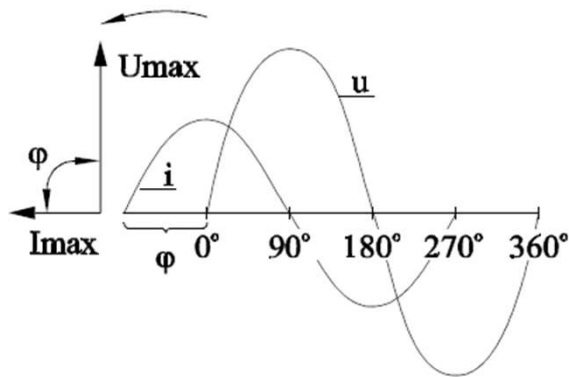
$$I = \frac{U}{R}$$
$$I = \frac{230}{30} = \underline{\underline{7,67 \text{ A}}}$$

En varmeovn har en modstand på 30 ohm og er tilsluttet 230 VAC.

Hvor stor er strømmen og effekten?

$$P = U \cdot I$$
$$P = 230 \cdot 7,67 = \underline{\underline{1764 \text{ W}}}$$

## Kapacitiv vekselstrømsbelastning



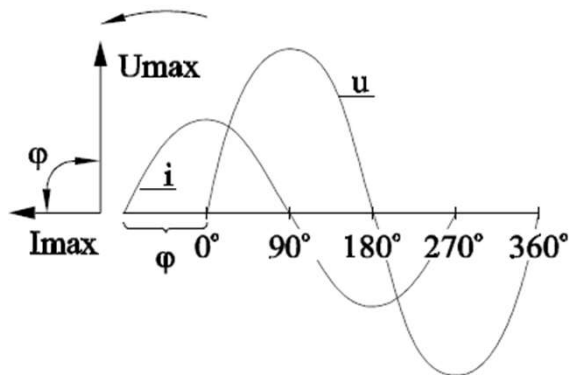
Tilsluttes en kondensator vekselspænding, vil den skiftevis oplades og aflades.

Et amperemeter indskudt i serie med kondensatoren vil give udslag svarende til disse oplade- og afladestrømme.

Når vekselspændingen stiger, går der en ladestrøm til kondensatoren.

Denne strøm ophører, når kondensatorspændingen har nået vekselspændingens maksimale værdi. I det øjeblik spændingen aftager, vil kondensatoren aflades.

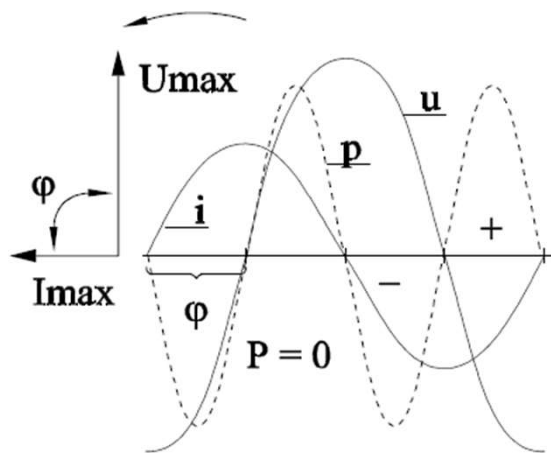
## Kapacitiv vekselstrømsbelastning



Via et oscilloskop kan man se, at strømmen i kondensatorens tilledninger er faseforskudt en  $\frac{1}{4}$  periode forud for klemspændingen.

Kondensatoren giver altså  $90^\circ$  kapacitiv faseforskydning.

### Effektkurve



Al den energi kondensatoren modtager fra elektricitetskilden i den del af perioden, hvor spændingen er stigende, sendes tilbage igen i den øvrige del af perioden.

$$Q = U \cdot IC \text{ [var]}$$

Ganger man spændingen med den  $90^\circ$  faseforskudte strøm, får man reaktiveffekten, der måles i volt-ampere-reaktiv [var].

## Kapacitiv reaktans

Strømstyrken i kredsen er bestemt af kondensatorens kapacitet, vekselspændingens størrelse og frekvensen.

Kondensatorens vekselstrømsmodstand kaldes den kapacitive reaktans eller blot reaktansen. (  $X_C$  )

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} [\Omega]$$

$X_C$  = reaktansen målt i ohm

$C$  = kapacitansen målt i farad

$f$  = vekselstrømmens frekvens i Hz

$$X_C = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Ønskes kapacitansen indsat i  $\mu\text{F}$ , bliver udtrykket som vist nederst til venstre.

$$I_C = \frac{U}{X_C}$$

Strømmen i kredsen kan findes ved ”Ohms lov”

$I_C$  er den strøm, der går i kondensatorens tilledninger.

$$Q = U \cdot I_C \text{ [var]}$$

En kondensators effekt kaldes kapacitiv effekt eller reaktiv effekt.

Denne effekt kaldes  $Q$ .

$$XC = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$XC = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 10} = \underline{\underline{318,5 \, \Omega}}$$

$$IC = \frac{U}{XC}$$

$$IC = \frac{230}{318,5} = \underline{\underline{0,722 \, A}}$$

$$Q = U \cdot IC$$

$$Q = 230 \cdot 0,722 = \underline{\underline{166 \, var}}$$

Eksempel:

En kondensator på 10  $\mu$ F tilsluttes  
230 V 50 Hz.

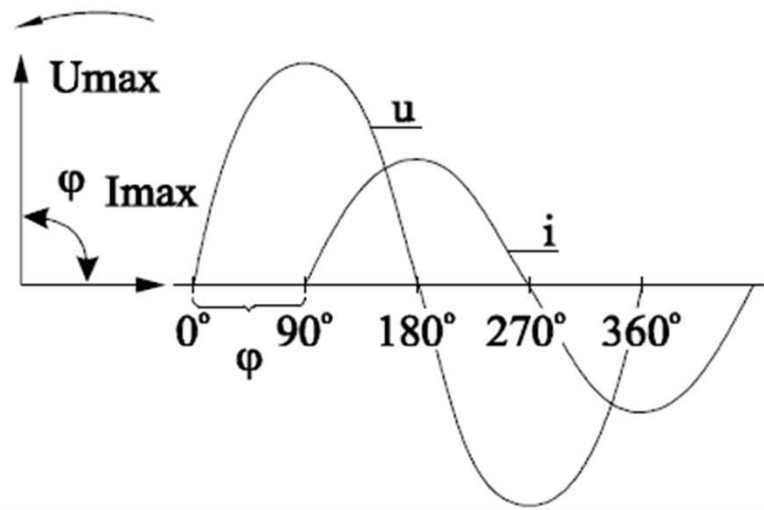
Beregn:

Reaktansen XC

Strømstyrken IC

Reaktiveffekten Q

## Induktiv vekselstrømsbelastning

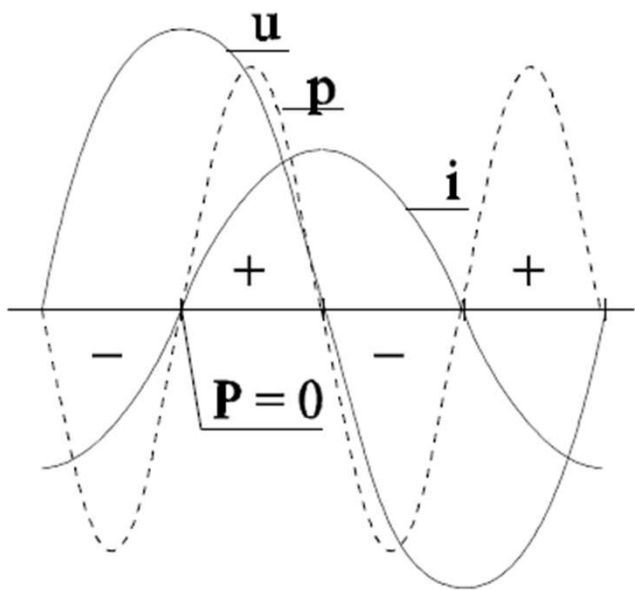


Består belastningen af spoler med stålkerner, hvilket er tilfældet i motorer, transformere med videre, vil der optræde en betydelig selvinduktion.

Er belastningen rent induktiv, vil strømmen blive faseforskudt  $\frac{1}{4}$  periode bagud for spændingen.

"Ren" induktiv belastning er dog kun et tænkt tilfælde, da en spole ikke kan fremstilles uden ohmsk modstand.

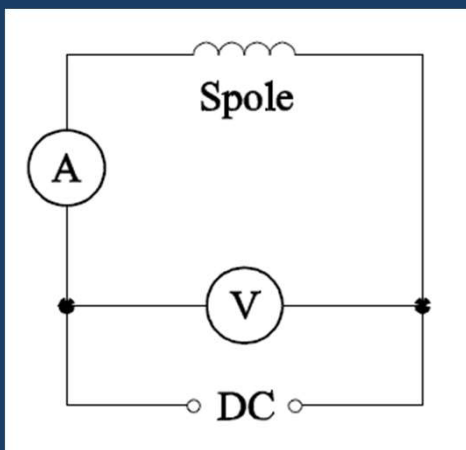
## Effektkurve



Det fremgår af figuren, at effekten er skiftevis positiv og negativ.

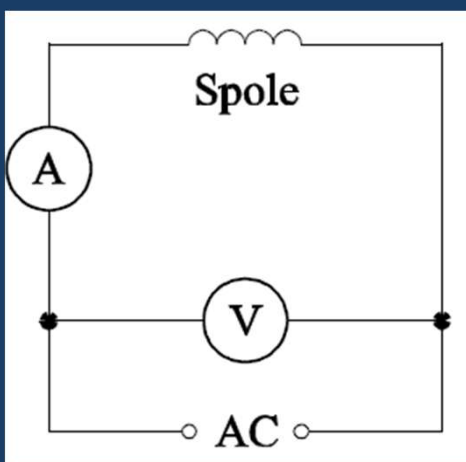
I hver anden halvperiode aftager spolen energi fra generatoren, og i hver anden halvperiode sender den lige så stor energi tilbage til generatoren.

Ganger man spænding og strøm ved 90 ° faseforskydning, bliver resultatet reaktiveffekten. ( volt-ampere-aktiv [var] )



$$I = \frac{U}{R}$$

Tilsluttes en spole med en vis ohmsk modstand til jævnspænding, vil strømmen blive:  $I = U / R$

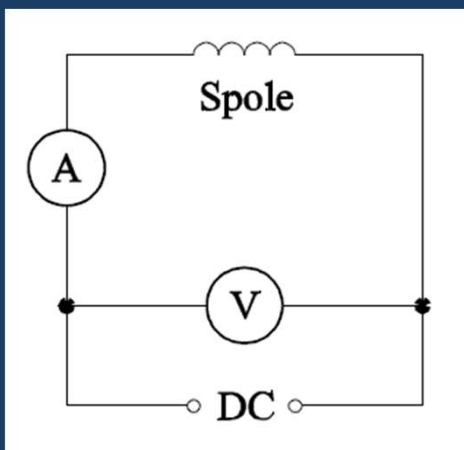


$$I = \frac{U}{Z}$$

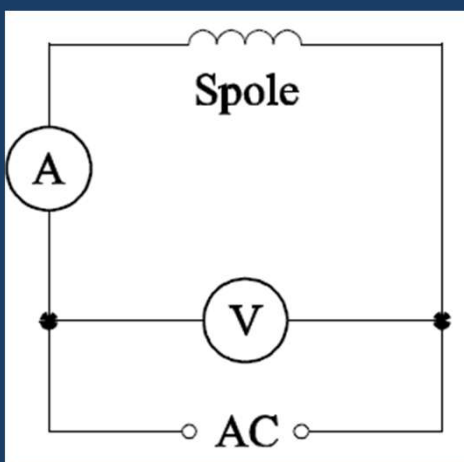
Tilsluttes samme spole vekselspænding, vil strømmen ikke alene begrænses af den ohmske, men også af den induktive modstand, hvorved strømmen bliver mindre.

Den samlede modstand ved vekselspænding kaldes impedansen og betegnes  $Z$ .

Strømstyrken ved vekselspænding bliver:  
 $I = U / Z$



$$I = \frac{U}{R}$$

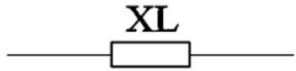


$$I = \frac{U}{Z}$$

Spolestrømmens forsinkelse i forhold til klemspændingen, faseforskydningsvinklen  $\varphi$  (phi), vil være bestemt af spolens induktive modstand.

Den induktive modstand benævnes også induktansen eller reaktansen.

## Induktiv modstand



$$XL = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \text{ } [\Omega]$$

En spoles induktive modstand XL kan opfattes som en speciel art modstand, men giver ikke som en ohmsk modstand direkte anledning til energitab.

$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

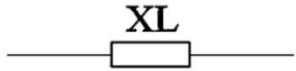
2 står for strømvariationen pr. tidsenhed.

f er frekvensen.

L står for spolens selvinduktionskoefficient.  
( måles i henry )

Dvs. jo større frekvens og selvinduktionskoefficient, jo større induktiv modstand.

### Induktiv modstand



$$XL = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \text{ } [\Omega]$$

$$I = \frac{U}{XL}$$

$$Q = U \cdot I$$

Eksempel:

En spole har selvinduktionskoefficienten

$$L = 0,05 \text{ H}$$

og en så lille ohmsk modstand, at der i dette tilfælde ses bort fra den.

Spolen tilsluttes 230 V 50Hz vekselspænding.

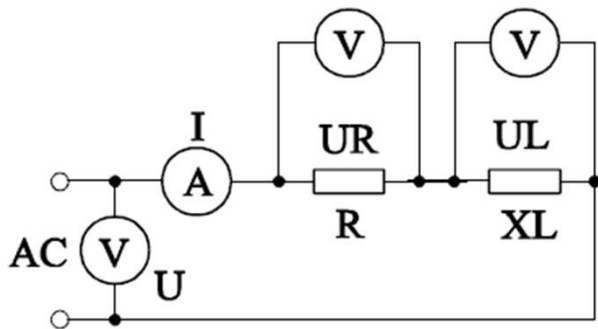
Beregn reaktansen XL og strømstyrken, samt effekten.

$$XL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,05 = \underline{\underline{15,7 \text{ } \Omega}}$$

$$I = \frac{230}{15,7} = \underline{\underline{14,65 \text{ A}}}$$

$$Q = 230 \cdot 14,65 = \underline{\underline{3370 \text{ var}}}$$

## Serieforbindelser



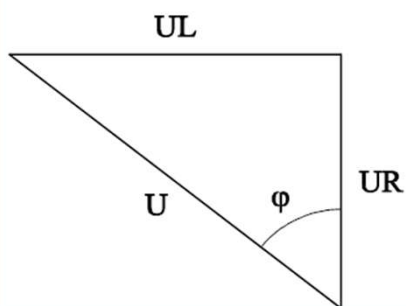
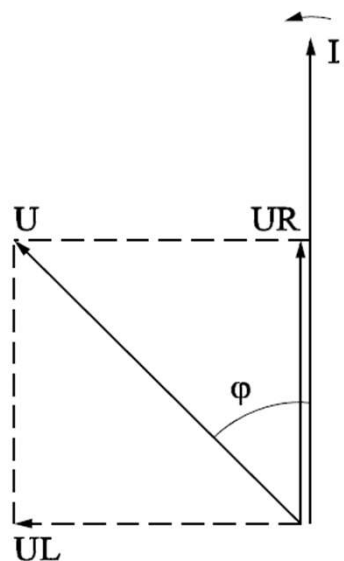
De tre belastningsformer, ren ohmsk, ren induktiv og ren kapacitiv belastning, forekommer sjældent i praksis.

Varmelegemer betragtes som ren ohmsk, men indeholder dog lidt selvinduktion.

Et net af lange luftledninger vil foruden den ohmske modstand besidde en mærkbar selvinduktion.

Skal man bruge induktionsfri modstand, må den udføres specielt viklet.

## Sammenlægninger af spændinger



For at finde klemspændingen  $U$  skal man lægge  $U_R$  og  $U_L$  sammen.

Da de to spændinger er indbyrdes faseforskudt, kan man ikke lægge deres talværdier direkte sammen, men må foretage en geometrisk sammenlægning.

Ved konstruktion af vektordiagrammet vælges en passende målestok for vektorerne.

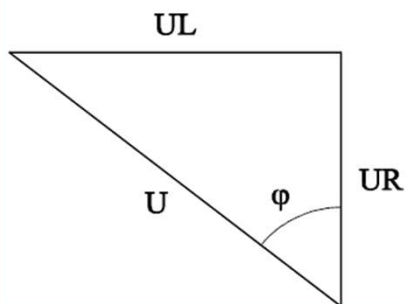
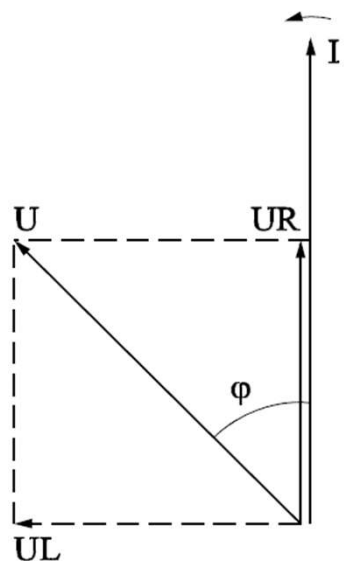
F.eks  $1 \text{ cm} = 10 \text{ V}$  og  $1 \text{ cm} = 0,1 \text{ A}$ .

I serieforbindelser er strømvektoren fælles, hvorfor denne afsættes lodret.

$U_R = I \cdot R$  afsættes i fase med strømmen

$U_L = I \cdot X_L$  afsættes  $90^\circ$  forud for strømmen.

## Sammenlægninger af spændinger



Ved den netop foretagne geometriske sammenlægning så man, at spændingerne dannede en retvinklet trekant. Ifølge den pythagoras læresætning er.  $c^2 = a^2 + b^2$

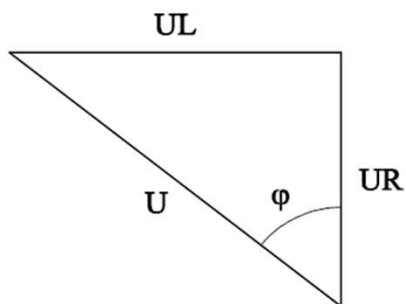
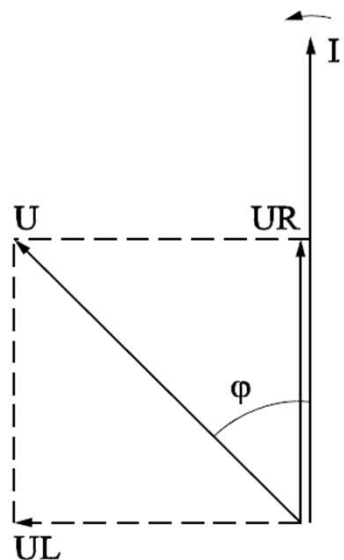
Anvendes dette på spændingstrekanten, fås:

$$U^2 = U_L^2 + U_R^2$$

*eller*

$$U = \sqrt{U_L^2 + U_R^2}$$

## Sammenlægninger af spændinger



## Faseforskydningsvinkel:

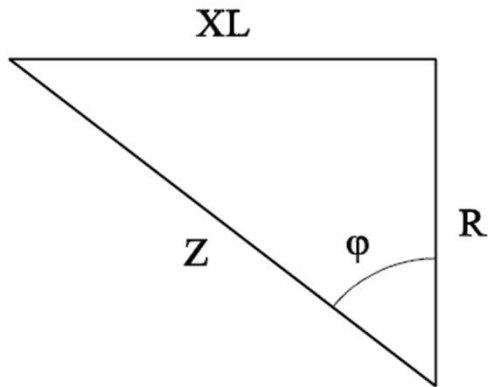
Vinklen mellem klemspændingen og strømmen kaldes faseforskydningsvinklen og benævnes med det græske bogstav  $\varphi$  (phi).

I dette tilfælde er det også vinklen mellem  $U$  og  $U_R$ ; man får derfor:

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U}$$

$$\sin\varphi = \frac{U_L}{U}$$

### Sammenlægning af modstande

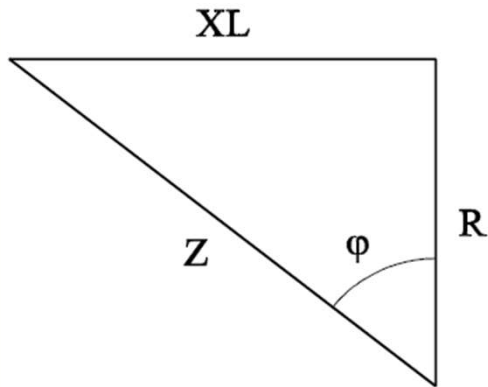


Ved at dividere de tre spændinger i spændingstrekanten med den fælles strøm, fremkommer en modstandstrekant, som vist på figuren.

Denne trekant er ligedannet med spændingstrekanten, dog med andre mål.

Da de tre størrelser i modstandstrekanten ikke er varierende sinusformede, men konstante, skal de altid afbildes uden pilespids.

### Sammenlægning af modstande



Af den retvinklede trekant kan der beregnes længden af impedansen  $Z$ , som er kombinationsmodstanden af  $R$  og  $XL$ , således:

$$Z^2 = R^2 + XL^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + XL^2}$$

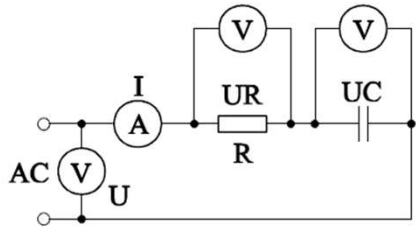
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\sin\varphi = \frac{XL}{Z}$$

Optager en brugsgenstand en strømstyrke på  $I$  ampere ved en spænding på  $U$  volt, findes den samlede modstand som:

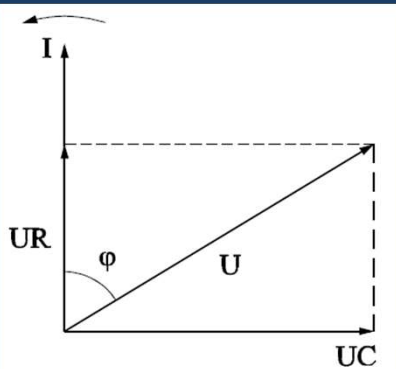
$$Z = \frac{U}{I} [\Omega]$$

### Serieforbindelse

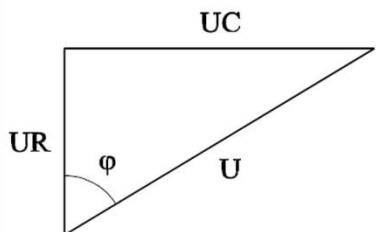


Tegningen viser en ohmsk modstand serieforbundet med en kondensator.

Ved tegning af vektordiagrammet afsættes den fælles vektor først.

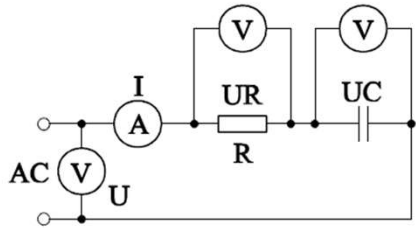


### Spændingstrekan



I serieforbindelser er strømmen fælles, og i vektordiagrammet er strømvektoren afsat lodret.

### Serieforbindelse

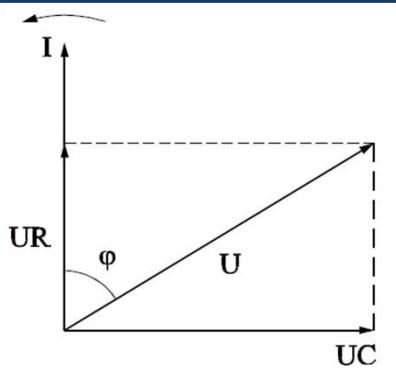


Spændingen over den ohmske modstand afsættes i fase med strømmen.

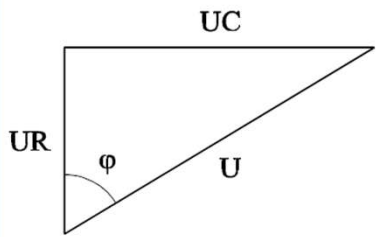
$$UR = I \cdot R$$

Spændingen over kondensatoren afsættes  $90^\circ$  efter strømmen.

$$UC = I \cdot XC$$



### Spændingstrekan

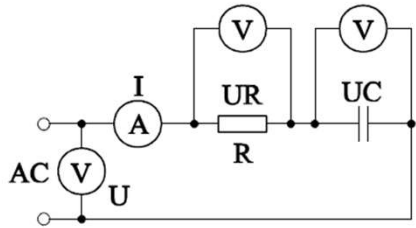


Klemspændingen U beregnes ved geometrisk sammenlægning af den ohmske spænding og den kapacitive spænding.

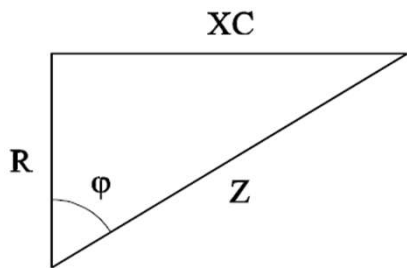
$$U^2 = UR^2 + UC^2$$

$$U = \sqrt{UR^2 + UC^2}$$

### Serieforbindelse



### Modstandstrekant



Den samlede modstand i kredsen, impedansen  $Z$ , beregnes ved geometrisk sammenlægning af den ohmske modstand og den kapacitive modstand (kapacitansen).

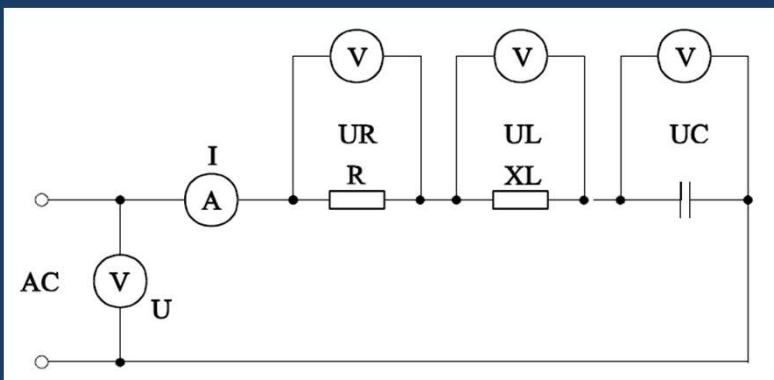
$$Z^2 = R^2 + XC^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + XC^2}$$

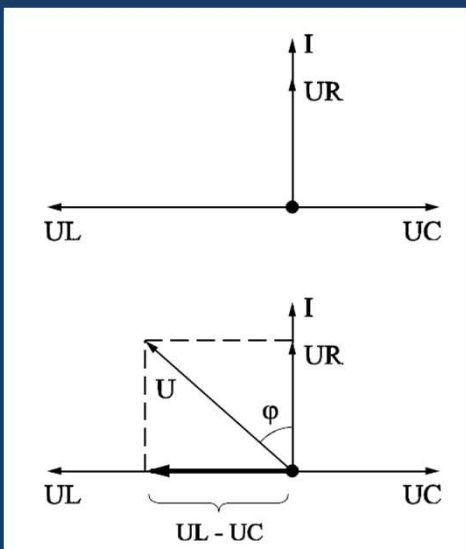
$\cos \varphi$  beregnes som:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \text{ eller}$$

$$\cos \varphi = \frac{UR}{U}$$



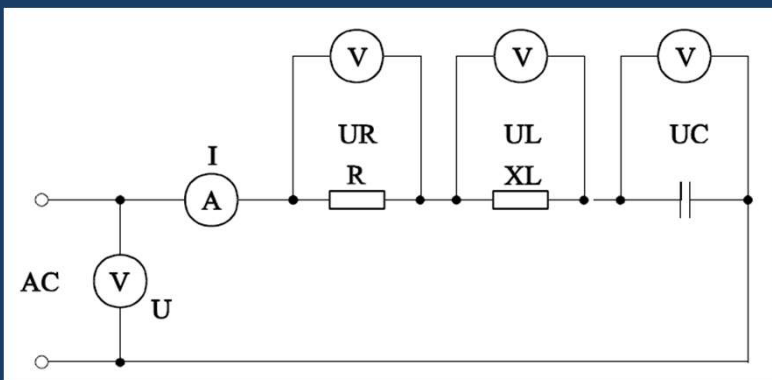
En kombination af en selvinduktion med ohmsk modstand og en kapacitet i serieforbindelse anvendes fx i armaturer med LC-koblede lysstofrør.



I vektordiagrammet afsættes strømmen lodret, da den er fælles for alle tre størrelser.

Spændingen over den ohmske modstand,  $I \cdot R$ , afsættes i fase med strømmen.

Derpå afsættes de over selvinduktionen og kapaciteten opståede spændinger.

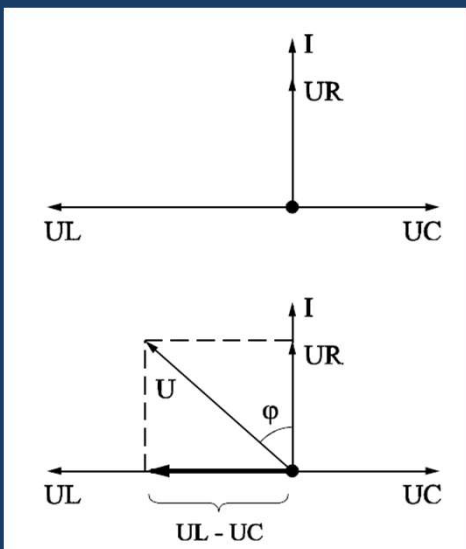


Spændingerne  $U_L$  og  $U_C$  ligger i hinandens forlængelse, men modsat rettet.

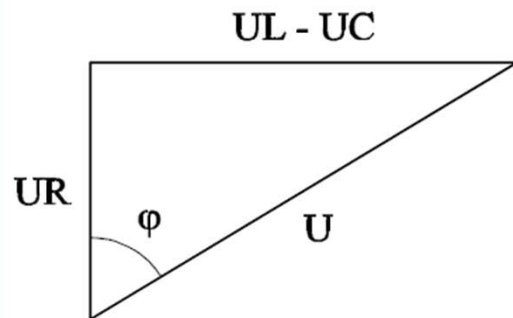
Resultanten findes ved at trække den mindste fra den største.

Klemspændingen  $U$  findes ved geometrisk sammenlægning af denne resultant og  $U_R$ .

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$



### Spændingstrekanter

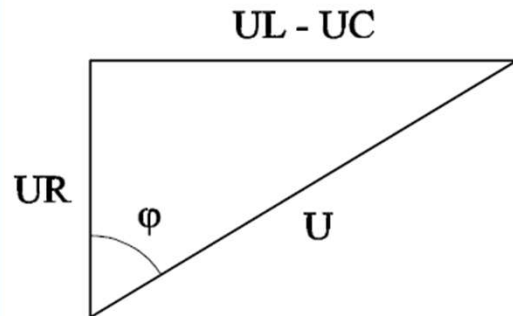


Klemspændingen skal overvinde dels den ohmske spænding og dels differencen  $U_L - U_C$ .

Dens vektor må derfor have den i spændingstrekanter viste størrelse og beliggenhed.

I dette tilfælde, hvor selvinduktionsspændingen er større end kondensatorspændingen, bliver faseforskydningsvinklen induktiv.

## Spændingstrekan

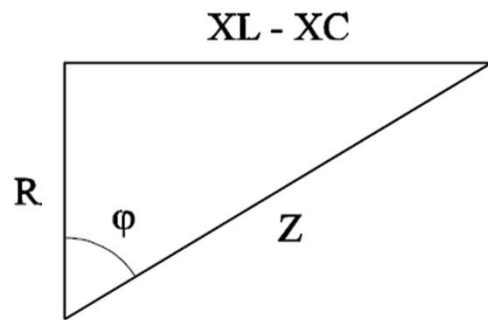


Bemærk at:

De to spændinger  $U_L$  og  $U_C$  kan hver for sig blive meget store, ofte mange gange større end klemspændingen.

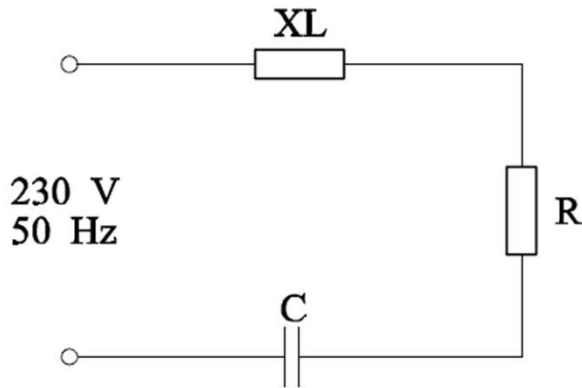
I stærkstrømskredsløb af denne art kan det være specielt farligt at berøre klemmerne på spole og kondensator, ligesom disse spændinger eventuelt kan forårsage gennemslag af de anvendte isolationsmaterialer.

## Modstandstrekant



Modstandstrekanten dannes på sædvanlig måde ved division af spændingstrekantens sider med strømstyrken  $I$ .

### Eksempler



En serieforbindelse med en spole på  $L = 0,6 \text{ H}$ , en ohmsk modstand  $R = 210 \Omega$  og en kondensator på  $C = 40 \mu\text{F}$  tilsluttes  $230 \text{ VAC } 50 \text{ Hz}$ .

Find strømstyrken og den samlede faseforskydningsvinkel.

$$XL = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$XL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,6 = \underline{\underline{188,4 \Omega}}$$

$$XC = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$XC = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 40} = \underline{\underline{79,62 \Omega}}$$

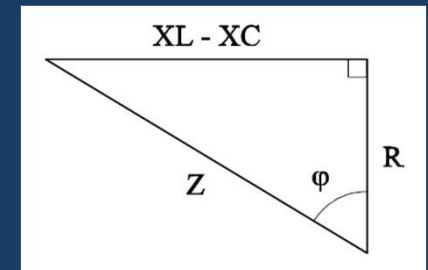
$$Z^2 = R^2 + (XL - XC)^2$$

$$Z^2 = 210^2 + (188,4 - 79,62)^2$$

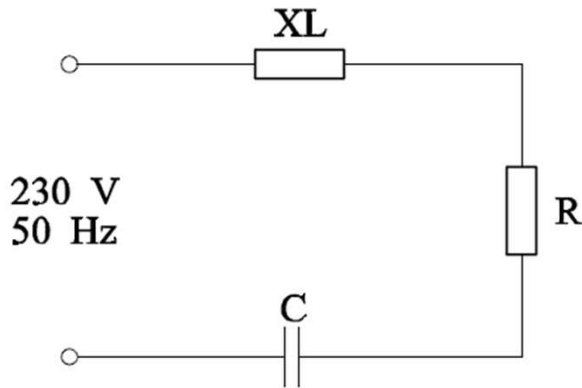
$$Z = \sqrt{210^2 + (188,4 - 79,62)^2} = \underline{\underline{236,5 \Omega}}$$

$$I = \frac{U}{Z}$$

$$I = \frac{230}{236,5} = 0,97 \text{ A}$$



### Eksempler



En serieforbindelse med en spole på  $L = 0,6 \text{ H}$ , en ohmsk modstand  $R = 210 \, \Omega$  og en kondensator på  $C = 40 \, \mu\text{F}$  tilsluttes  $230 \text{ VAC } 50 \text{ Hz}$ .

Find strømstyrken og den samlede faseforskydningsvinkel.

$$Z^2 = R^2 + (XL - XC)^2$$

$$Z^2 = 210^2 + (188,4 - 79,62)^2$$

$$Z = \sqrt{210^2 + (188,4 - 79,62)^2} = \underline{\underline{236,5 \, \Omega}}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\cos\varphi = \frac{210}{236,5} = 0,888$$

$$\angle \varphi = \underline{\underline{27^\circ}}$$

